

Geometría Analítica II

TRABAJO FINAL

Prof. Pablo Barrera

Jueves 24 de mayo, 2013

Problemas descriptivos

Ejercicio 1 ¿Indique qué es el centro de una cónica y qué es el centro de una cuádrica?

Ejercicio 2 ¿Cuáles son las cónicas y cuádricas centrales?

Ejercicio 3 Si $\mathcal{C}(p) = p^t A p + 2b^t p + \gamma$ bajo qué condición sobre A se nos garantiza que la cónica o cuádrica $\mathcal{C}(p) = 0$ tiene centro?

Ejercicio 4 ¿En qué consiste el método de Lagrange para reducir $p^t A p$ a una suma de cuadrados?

Ejercicio 5 ¿Cómo se construye una matriz ortogonal Q que nos permita convertir $p^t A p$ en una suma de cuadrados?

Ejercicio 6 ¿Cómo son las reflexiones y rotaciones en \mathbf{R}^2 ?

Ejercicio 7 ¿Cuáles son las superficies que contienen rectas?

Ejercicio 8 ¿Qué es la proyección estereográfica y cuáles son sus propiedades?

Ejercicio 9 ¿Bajo qué condiciones

$$\mathcal{C}(p) = p^t A p + \gamma = 0$$

representa un cono?

Ejercicio 10 ¿Bajo qué condiciones existen planos que cortan al elipsoide

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$$

en círculos?

Problemas prácticos

Ejercicio 1 Calcule la ecuación del círculo en que se transforma la recta $x + y = 2$ bajo la proyección estereográfica de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ sobre el plano XY .

Ejercicio 2 El plano $x + y + z = 0$ corta a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ en un círculo, encuentre la ecuación de la curva transformada bajo la proyección estereográfica.

Ejercicio 3 Encuentre la ecuación del cono tangente a la esfera

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 1$$

cuyo vértice es el origen.

Ejercicio 4 Se tiene la recta

$$\mathcal{L} : \frac{x - 1}{2} = \frac{y - 1}{3} = \frac{z - 2}{1}$$

y un plano

$$\Pi : 3x - 2y + z + 5 = 0$$

Determine la proyección de \mathcal{L} sobre Π .

Ejercicio 5 Encuentre el cono tangente a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, cuyo vértice es el punto $(1, 2, 3)$.

Ejercicio 6 Encuentre el cono circular cuyo eje es la recta

$$\mathcal{L} : p(t) = (3, 2, 1) + t(1, 2, 3),$$

el vértice es $(3, 2, 1)$ y el ángulo del cono con respecto a su eje es de $\alpha = 30^\circ$.

Ejercicio 7 Encuentre un plano que corta al elipsoide

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$$

en un círculo.

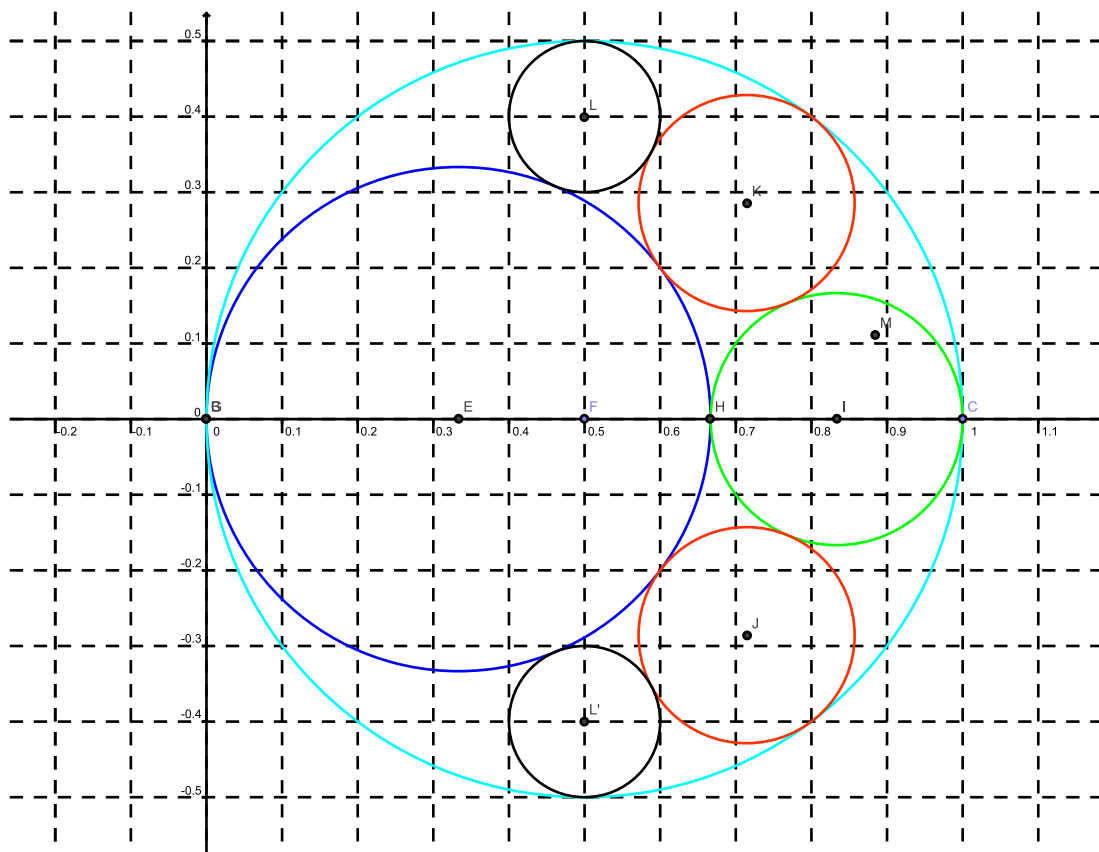
Ejercicio 8 Describa las propiedades de la superficie

$$xy + xz + yz = 0.$$

Ejercicio 9 Encuentre la familia de rectas contenidas en la superficie

$$4x^2 + y^2 - z^2 = 1.$$

Ejercicio 10 Describa en qué consiste la fórmula de Descartes para calcular los radios de las circunferencias tangentes así y emplee esta para calcular los radios de las circunferencias que se indican en la figura de abajo.



Fecha de entrega: Viernes 31 de mayo, 2013