Geometría Analítica II

Trabajo 15

Prof. Pablo Barrera — Lunes 25 de marzo, 2013

Problema 1 Encuentre una transformación lineal que mande el triángulo $\triangle ABC$ al triángulo $\triangle PQR$, donde $A(1,1)$, $B(4,3)$, $C(2,6)$; $P(6,8.1)$, $Q(8.4,4)$ y $R(6.2,.5)$. Grafique la cónica en que la circunferencia

$$x^2 + (y-1)^2 - 3 = 0$$

se deforma bajo esa transformación.

Problema 2 La cónica

$$(3x + y - 1)^2 + (x + 4y - 3)^2 - 1 = 0$$

y la cuádrica

$$(x - y + z)^2 + (2x + y - z)^2 + (3x + 2y - 3z)^2 - 1 = 0$$

se pueden escribir en la forma

$$C(p) = p^t Ap + 2b^2 p + \gamma$$

Para el primer caso, la matriz A es una matriz simétrica de 2×2 y para el segundo caso es simétrica de 3×3. Siguiendo el procedimiento visto en clase escriba

$$A = BB^t$$

donde B es una matriz triangular superior (o inferior).

Tip: En clase lo que se hizo fue completar un cuadrado para x y agregar los términos cuadráticos para y logrando con esto escribir

$$p^t Ap = p^t(n_1 n_1^t + n_2 n_2^t)p$$

donde n_1 y n_2 son dos vectores y uno de los dos tiene un elemento cero. La idea que señala Pablo es aplicar 3 veces la misma operación de agrupar términos cuadráticos. Una segunda idea práctica podría ser quela expresión $ax^2 + bxy + cxz$ se escriba como $(\alpha x + \beta y + \gamma z)^2$ y luego los términos que restan serían de la forma $dy^2 + eyz + fz^2$ y al hacer el procedimiento de clase de nuevo esto nos conduce a $(\delta y + \eta z)^2 + \epsilon z^2$ y listo agrupando adecuadamente se tiene

$$A = (n_1 n_1^t + n_2 n_2^t + n_3 n_3^t)$$

donde un vector tiene 2 ceros, 1 un cero y el otro está lleno.
Fecha de entrega: Lunes 1o. de abril, 2013