Geometría Analítica II

LECTURA 4

Ayudante: Guilmer González — Día 19 de febrero, 2013

El día de hoy veremos:

1. La parábola generalizada.

1 Parábola generalizada

La distancia entre dos figuras se define como:

$$d(\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2) = \min_{P \in \mathcal{F}_1, Q \in \mathcal{F}_2} d(P, Q) = d(P^*, Q^*)$$

es decir, se alcanza en los puntos P^* y Q^*.

Ahora nos compete identificar algunos lugares geométricos a partir de la distancia entre figuras.

Hasta el momento hemos trabajado con algunas herramientas que involucran los problemas de distancia. Estos son:

mediatriz el lugar geometrico de los puntos que se encuentran a igual distancia de dos puntos.

bisectriz el lugar geometrico de los puntos que se encuentran a igual distancia de dos rectas.

parabola el lugar geometrico de los puntos que se encuentran a igual distancia de un punto y una recta.

Con estas tres herramientas ya podemos construir parábolas generalizadas entre dos figuras, las cuales se enuncian como el lugar geométrico de los puntos que están a la misma distancia tanto de una figura como de la otra:

$$\mathcal{L}(\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2) = \{p | d(p, \mathcal{F}_1) = d(p, \mathcal{F}_2)\}$$

Iniciaremos con un ejemplo sencillo y luego construiremos las ideas.

En clase hemos descrito este problema usando un segmento de recta y un punto. En cuyo caso, en ciertas zonas del segmento se tiene un arco parabólico y en otras, mediatrices, observe el gráfico de abajo:

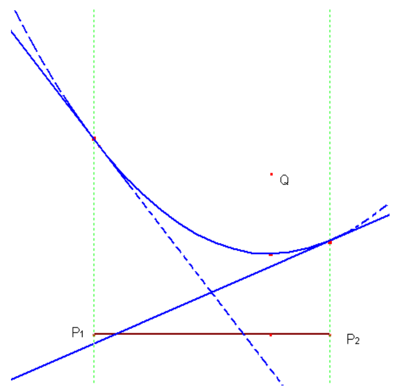

Figura 1: Parábola generalizada punto–segmento.

Pensemos que se tiene un punto y dos segmentos de recta. Describamos la parábola generalizada entre segmentos.

Con las herramientas que hemos construido podemos identificar algunas partes del problema y aplicarlo adecuadamente.

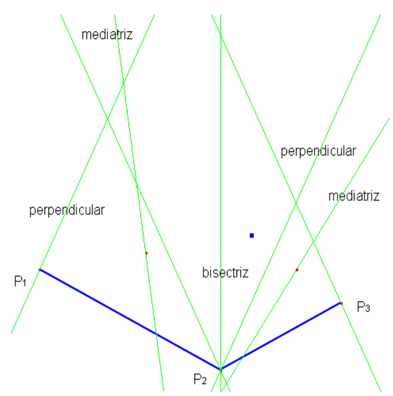

Figura 2: Parábola generalizada punto–2 segmentos.

Si observamos aisladamente el problema, (como una colección de problemas o subproblemas) tenemos un segmento y un punto, lo hemos visto como segmentos de parábola y mediatrices, la idea es aplicar esto a zonas de influencia del problema.

Estas zonas de influencia se observan al intersectar las zonas donde operan los arcos parabólicos y las mediatrices para cada subproblema, esto depende de donde esté cada punto y de la forma que tenga.

Consideremos otro problema, cuando se tiene dos segmentos, y queremos el lugar geométrico de los puntos que están a igual distancia entre esas figuras.

Este caso es muy simpático. Es claro que de contar con rectas en lugar de segmentos y éstas se intersecta, el lugar geométrico sería la bisectriz, cuando tenemos segmentos de rectas, serían segmentos de bisectrices y algo más como parábolas o mediatrices, todo depende, de las zonas de influencia.

Estás zonas, nuevamente, depende de las perpendiculares a los segmentos, de mediatrices entre puntos, y claro, las bisectrices. Cada problema es diferente, pero en cada uno debemos hacer el mismo procedimiento.

Hagamos un ejemplo particular para generar las idea a aplicar. Consideremos los segmentos de recta que no se corten.

En ella, tracemos... lo primero que se nos ocurra, digamos las bisectrices entre la prolongación de los sementos, si observamos, esto es válido en una zona, fuera de ella, tenemos que considerar el caso: punto segmento. Por la forma en que hemos considerado las dos figuras (dos segmentos) debemos resolver dos casos de punto segmento. El que compete al punto Q_2 con el segmento $\overline{P_1P_2}$ y Q_1 con $\overline{P_1P_2}$ (observe que estamos mirando el problemas desde $\mathcal{F}_2$ hacia $\mathcal{F}_1$, podemos llevar a cabo nuestro análisis desde $\mathcal{F}_1$ hacia $\mathcal{F}_2$).

Para el caso que nos compete, la zona de influencia las bisectrices, la zona abarca hasta la zona de la parábola, y esta se extiende hasta la zona de la mediatriz.