PROPIEDADES TOPOLÓGICAS DEL ESPACIO $C_nC_K(X)$

José Antonio Martínez Cortez
Facultad de Ciencias, UAEMéx

Dr. Enrique Castañeda Alvarado
Dr. José G. Anaya Ortega
Dr. Norberto Ordoñez Ramírez

Definiciones

Un *continuo* X es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.

Definiciones

Un *continuo* X es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.

Un *hiperespacio* de X es una colección de subconjuntos de X que satisfacen propiedades específicas.

Definiciones

Un *continuo* X es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.

Un *hiperespacio* de X es una colección de subconjuntos de X que satisfacen propiedades específicas.

$$2^X = \{A \subset X \ : \ A \neq \emptyset \text{ y cerrado}\},$$

Definiciones

Un *continuo* X es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.

Un *hiperespacio* de X es una colección de subconjuntos de X que satisfacen propiedades específicas.

$$2^X = \{A \subset X \ : \ A \neq \emptyset \text{ y cerrado}\},$$

$$C(X) = \{A \in 2^X \ : \ A \text{ es conexo}\},$$

Definiciones

Un *continuo* X es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.

Un *hiperespacio* de X es una colección de subconjuntos de X que satisfacen propiedades específicas.

$$2^X = \{A \subset X \ : \ A \neq \emptyset \text{ y cerrado}\},$$

$$C(X) = \{A \in 2^X \ : \ A \text{ es conexo}\},$$

Para n un entero positivo

Definiciones

Un *continuo* X es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.

Un *hiperespacio* de X es una colección de subconjuntos de X que satisfacen propiedades específicas.

$$2^X = \{A \subset X \ : \ A \neq \emptyset \text{ y cerrado}\},$$

$$C(X) = \{A \in 2^X \ : \ A \text{ es conexo}\},$$

Para n un entero positivo

$$C_n(X) = \{A \in 2^X \ : \ A \text{ tiene a lo más } n \text{ componentes}\},$$

$$F_n(X) = \{A \in 2^X \ : \ 1 \leq |A| \leq n\}.$$

Definiciones

Un *continuo* X es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.

Un *hiperespacio* de X es una colección de subconjuntos de X que satisfacen propiedades específicas.

$$2^X = \{A \subset X \ : \ A \neq \emptyset \text{ y cerrado}\},$$

$$C(X) = \{A \in 2^X \ : \ A \text{ es conexo}\},$$

Para n un entero positivo

$$C_n(X) = \{A \in 2^X \ : \ A \text{ tiene a lo más } n \text{ componentes}\},$$

$$F_n(X) = \{A \in 2^X \ : \ 1 \leq |A| \leq n\}.$$

dotados con la métrica de Hausdorff.

Hiperespacios anclados

La familia

$$H_K(X) = \{A \in H(X) \ : \ K \subset A\}$$

se le conoce como *hiperespacio anclado* de X en $K \in 2^X$, donde $H(X) \in \{2^X, C(X), C_n(X), F_n(X)\}$

Espacio $H(X)/H_K(X)$

Dado $K \in 2^X$ y un hiperespacio $H(X)$. Consideramos el espacio cociente

$$HC_K(X) = H(X)/H_K(X).$$

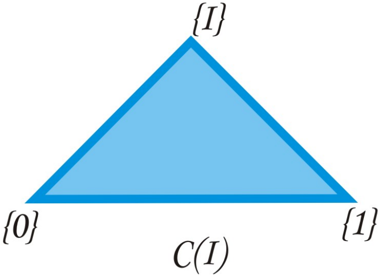
Nuestro espacio a estudiar

$$C_nC_K(X)$$

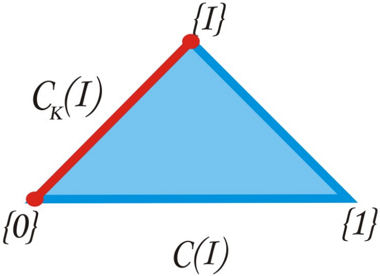
Con la topología cociente inducida por la proyección natural $\pi_K : C_n(X) \to C_nC_K(X)$

Ejemplos: $I = [0, 1]$

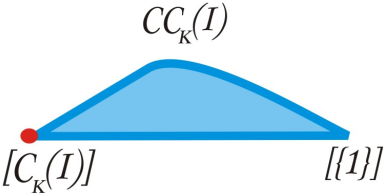
Ejemplos: $I = [0, 1]$



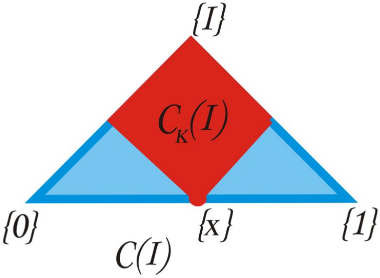
Ejemplos: $I = [0, 1]$

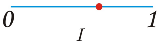


Ejemplos: $I = [0, 1]$

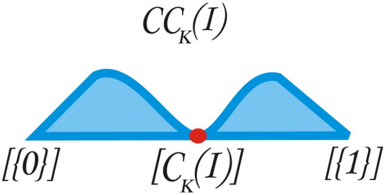


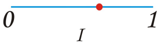
Ejemplos: $I = [0, 1]$



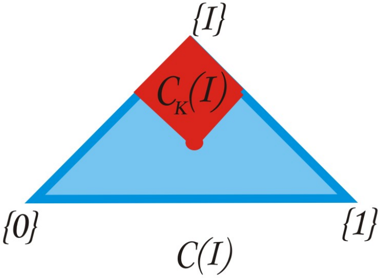


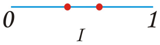
Ejemplos: $I = [0, 1]$



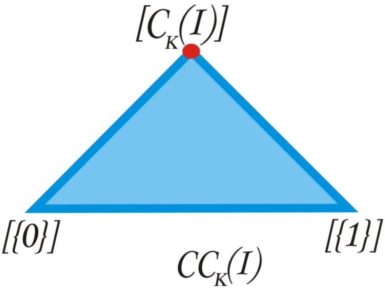


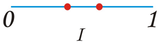
Ejemplos: $I = [0, 1]$



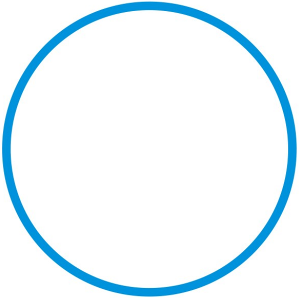


Ejemplos: $I = [0, 1]$



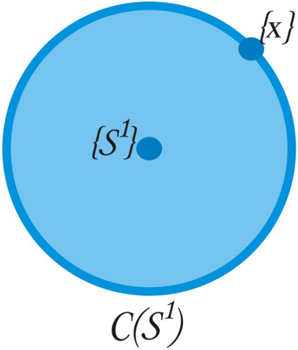


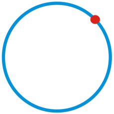
Ejemplos: S^1



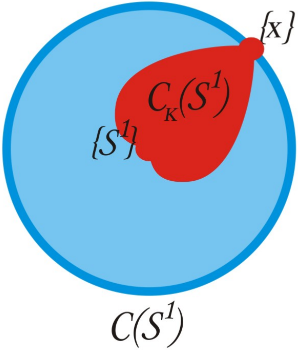
S^1

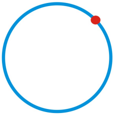
Ejemplos: S^1



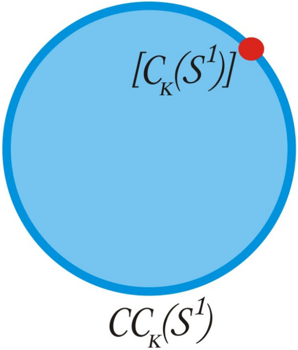


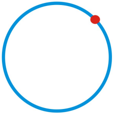
Ejemplos: S^1



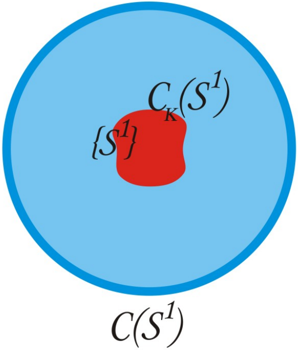


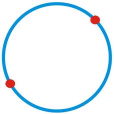
Ejemplos: S^1



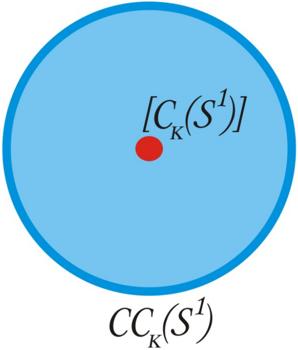


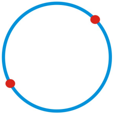
Ejemplos: S^1



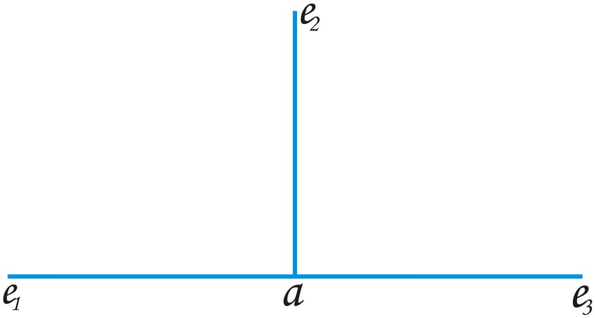


Ejemplos: S^1



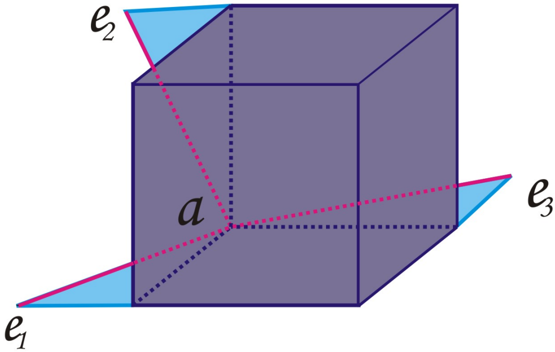


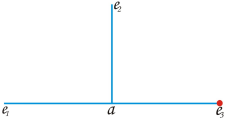
Ejemplos: T



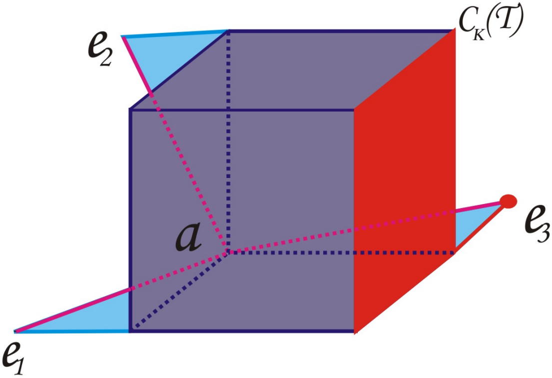
3-odo

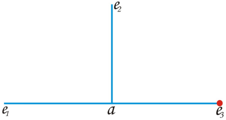
Ejemplos: T



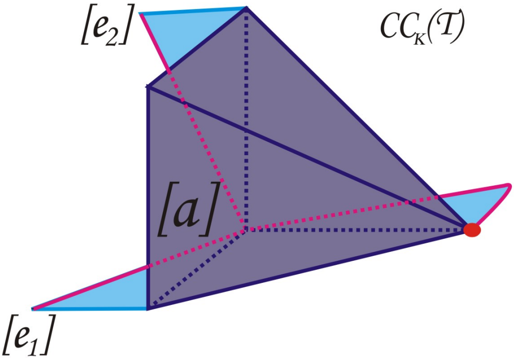


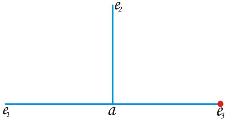
Ejemplos: T



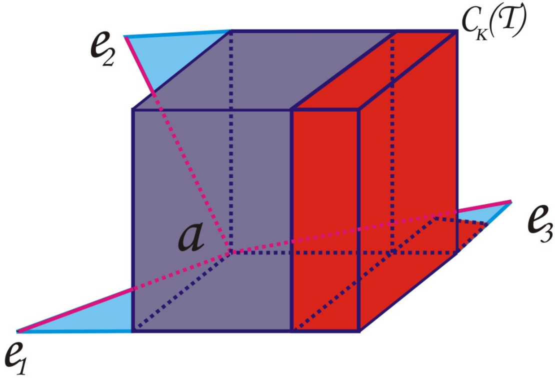


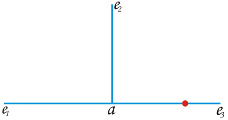
Ejemplos: T



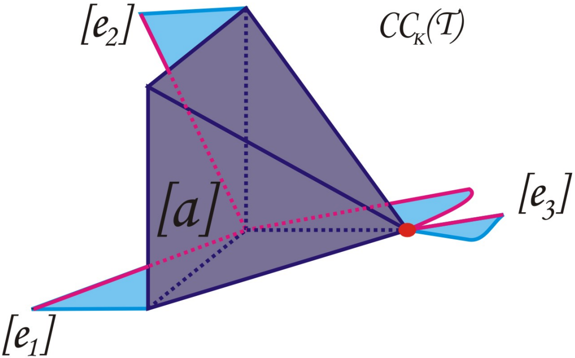


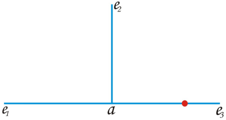
Ejemplos: T



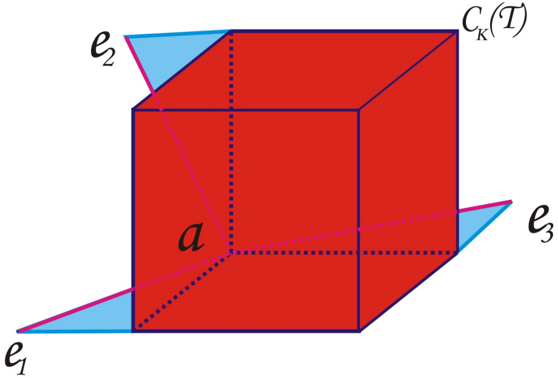


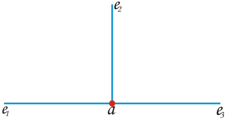
Ejemplos: T



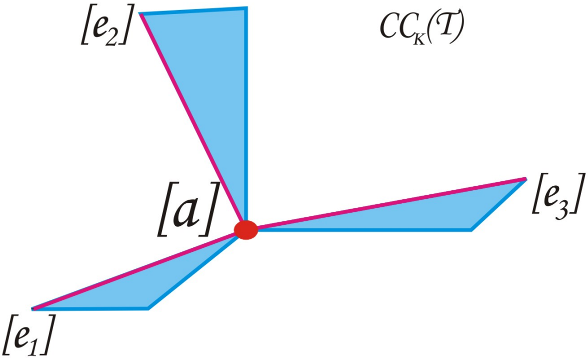


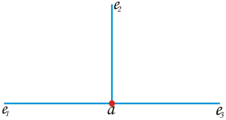
Ejemplos: T



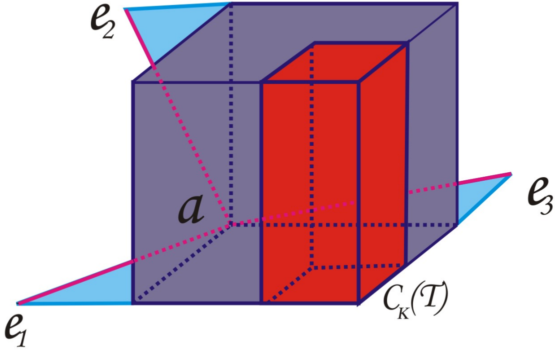


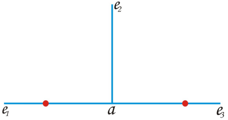
Ejemplos: T



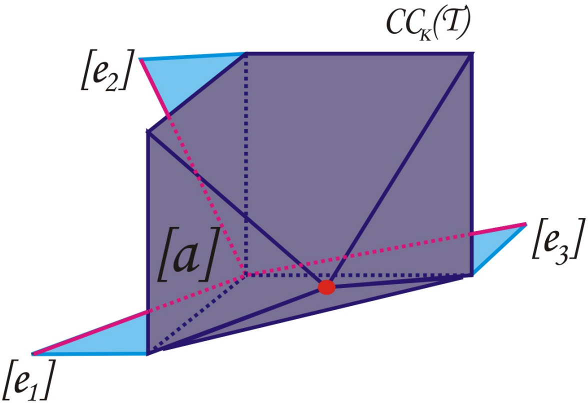


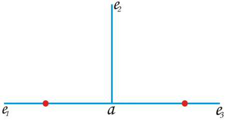
Ejemplos: T



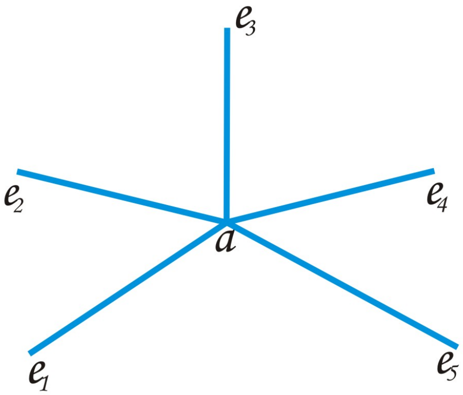


Ejemplos: T



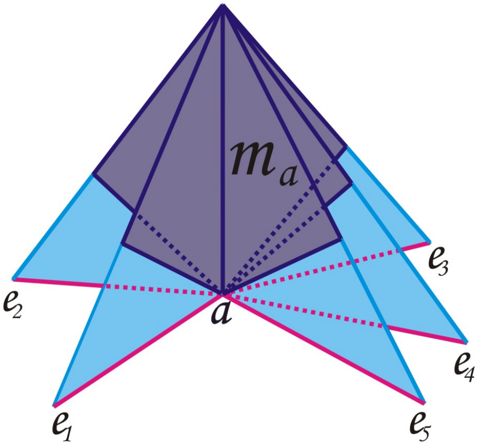


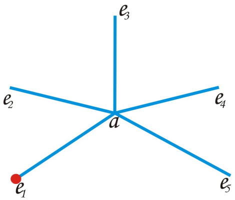
Ejemplos: N: n-odo



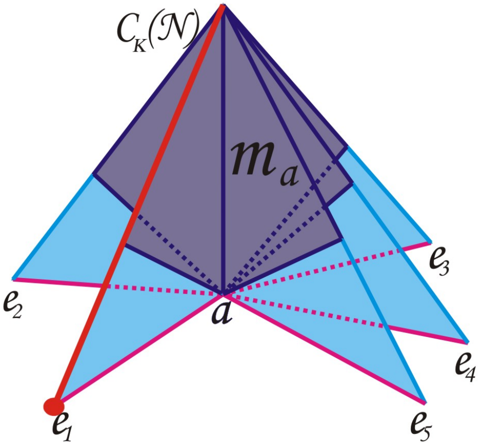
N: n-odo

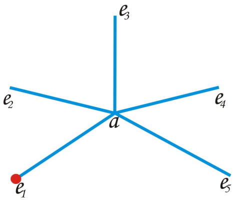
Ejemplos: N



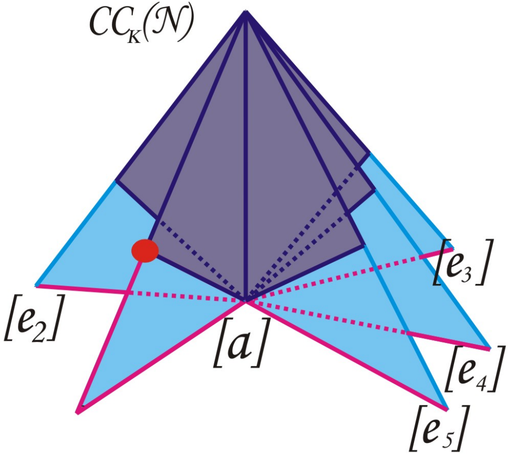


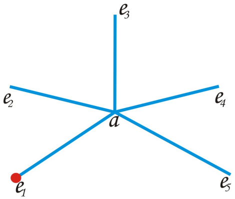
Ejemplos: N



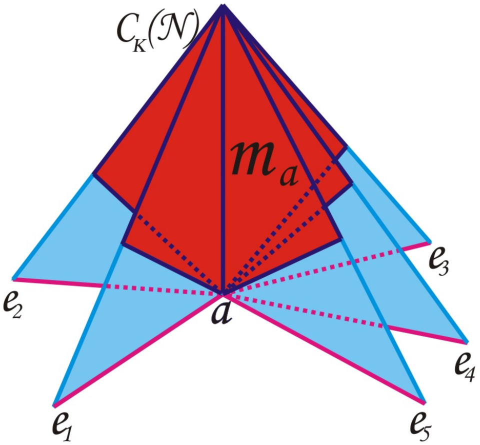


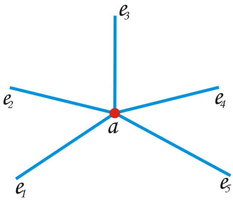
Ejemplos: N



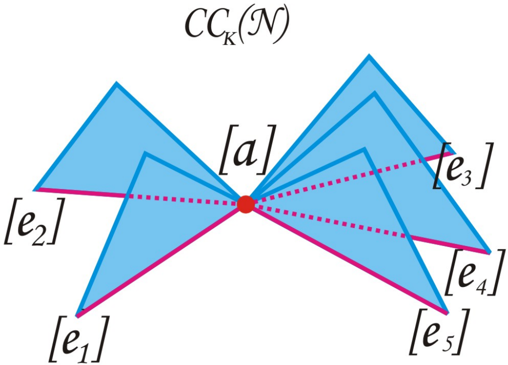


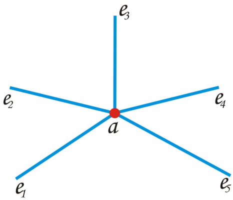
Ejemplos: N



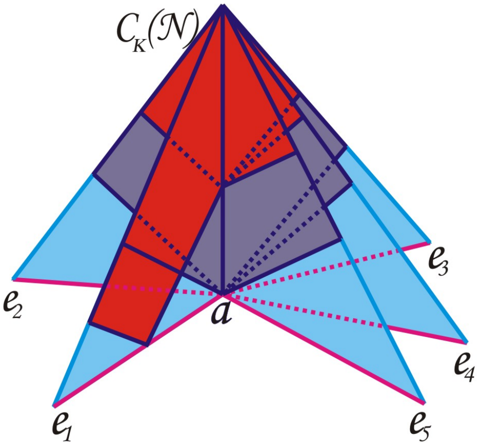


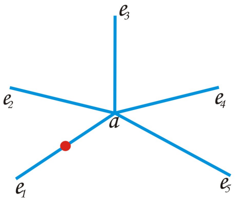
Ejemplos: N



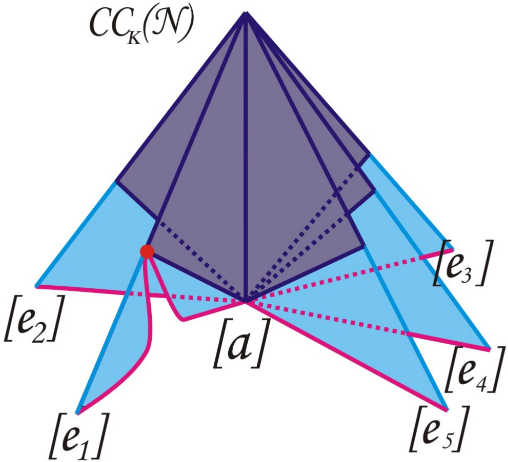


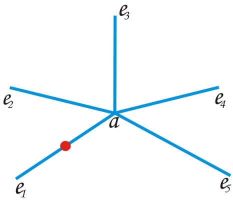
Ejemplos: N



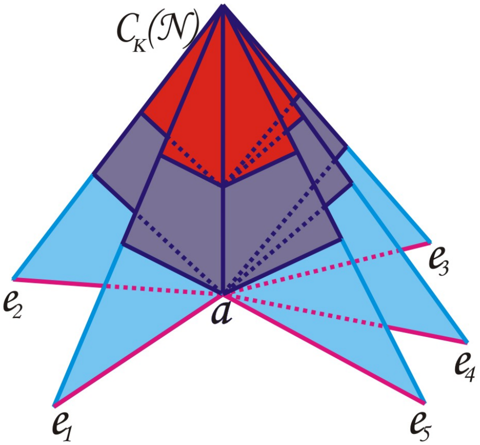


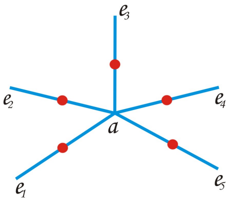
Ejemplos: N



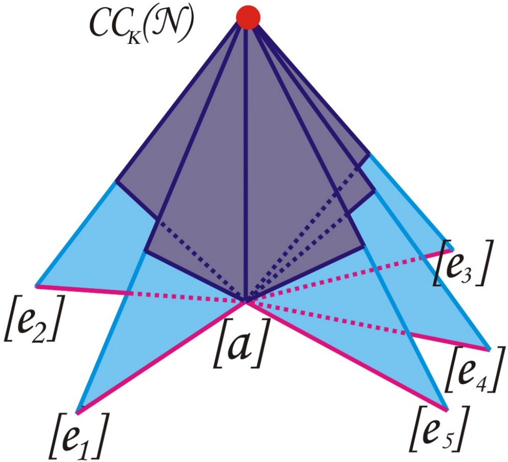


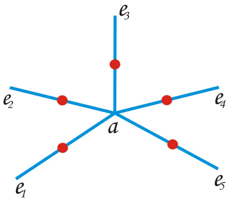
Ejemplos: N



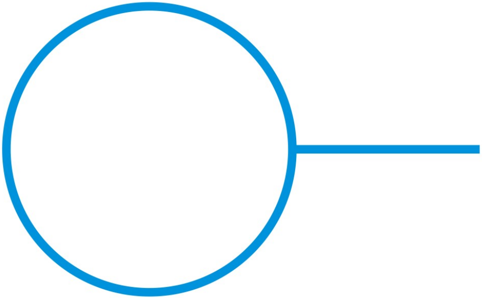


Ejemplos: N



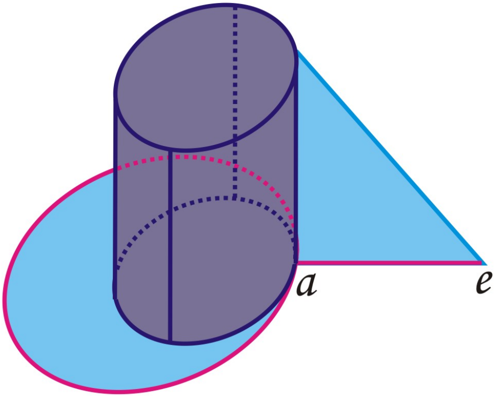


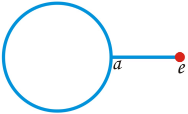
Ejemplos: P: Paleta



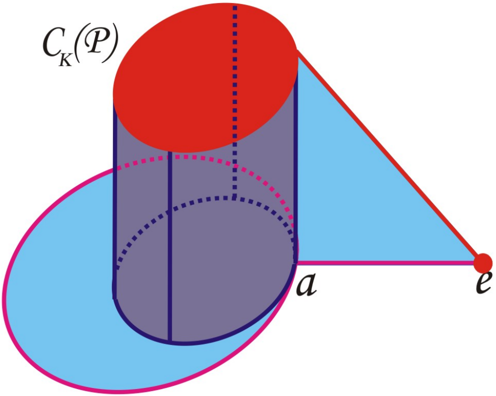
P: Paleta

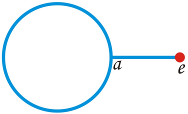
Ejemplos: P



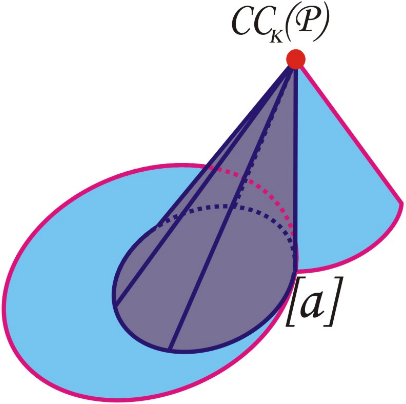


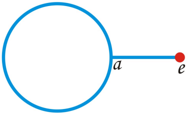
Ejemplos: P



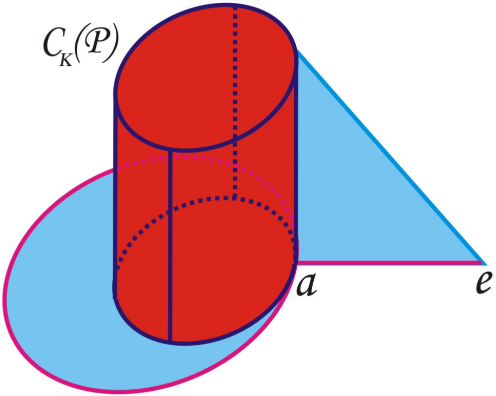


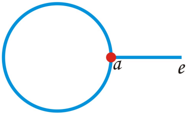
Ejemplos: P



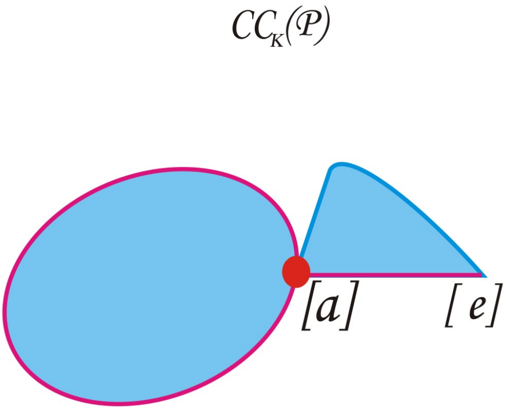


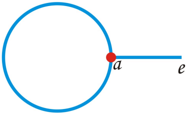
Ejemplos: P



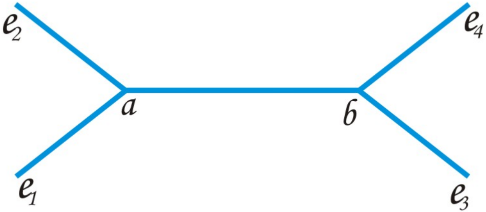


Ejemplos: P

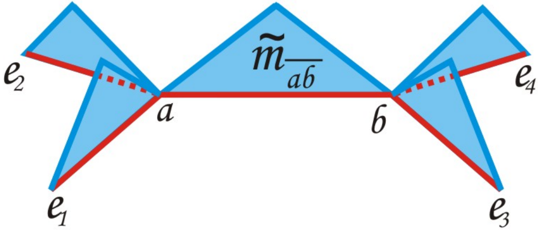




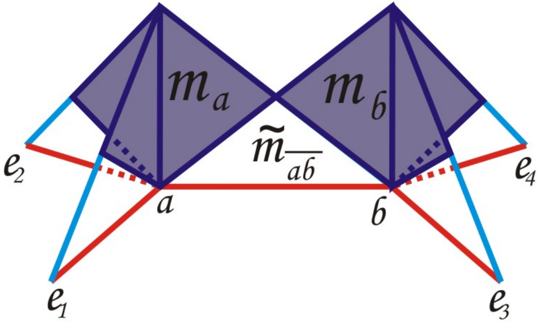
¿Qué pasa con el continuo H?



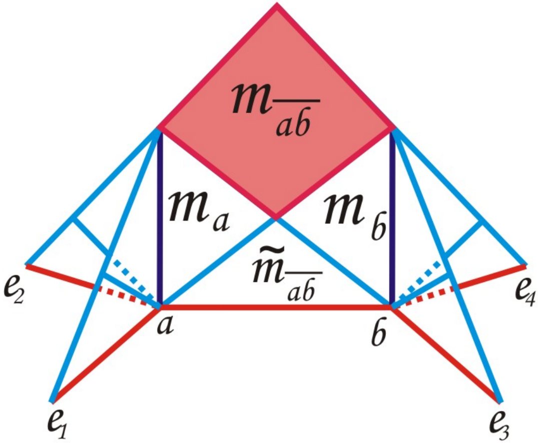
¿Qué pasa con el continuo H?



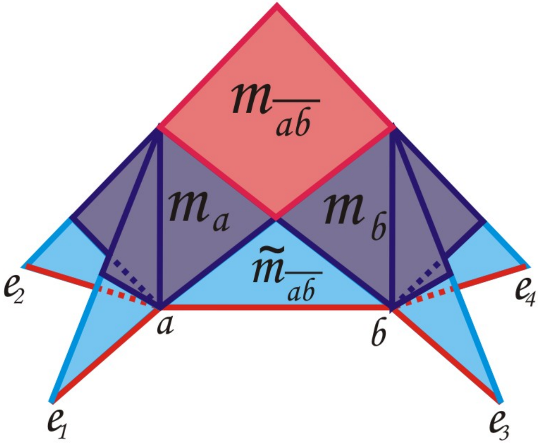
¿Qué pasa con el continuo H?



¿Qué pasa con el continuo H?



¿Qué pasa con el continuo H?



Propiedades básicas de $C_nC_K(X)$

Si X es un continuo, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X$

- $C_nC_K(X)$ es un continuo
- $\pi_K : C_n(X) \to C_nC_K(X)$ es cerrada

Propiedades

Sea X un continuo, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X$. Entonces $C_nC_K(X)$

- es unicoherente

Propiedades

Sea X un continuo, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X$. Entonces $C_nC_K(X)$

- es unicoherente
- es arco conexo.

Propiedades

Sea X un continuo, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X$. Entonces $C_nC_K(X)$

- es unicoherente
- es arco conexo.
- contiene una n-celda.

Propiedades

Sea X un continuo, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X$. Entonces $C_nC_K(X)$

- es unicoherente
- es arco conexo.
- contiene una n-celda.
- contiene una $2n$-celda, si $X - K$ contiene n subcontinuos descomponibles disjuntos a pares.

Propiedades

Sea X un continuo de Peano, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X$. Entonces $C_nC_K(X)$

- es un continuo de Peano.

Propiedades

Sea X un continuo de Peano, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X$. Entonces $C_nC_K(X)$

- es un continuo de Peano.
- contiene un cubo de Hilbert, si X no es una gráfica finita y, $X - K$ o $Int_X(K)$ contiene un subcontinuo sin arcos libres.

Propiedades

Sea X un continuo, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X - F_n(X)$. Entonces

- $C_n(X) - C_{n,K}(X)$ es conexo.

Propiedades

Sea X un continuo, $n \in \mathbb{N}$ y $K \in 2^X - F_n(X)$. Entonces

- $C_n(X) - C_{n,K}(X)$ es conexo.
- $C_nC_K(X)$ es colocalmente conexo.

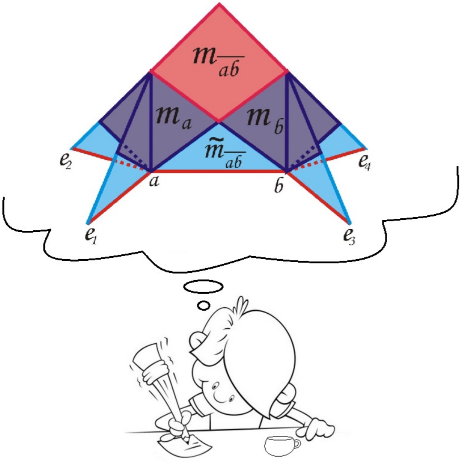
Un espacio topológico X se dice ser *colocalmente conexo* siempre que para cada punto p de X, p tiene una base local de abiertos tales que su complemento es conexo.

- A. Illanes and Sam B. Nadler, Jr., *Hyperspaces, Fundamentals and Recent Advances*, Pure and Applied Math. Series, Vol. 216, Marcel Dekker, Inc., N.Y. and Basel, (1999).

- S. Macías, *On the hyperspaces* $C_n(X)$ *of a continuum* X, Topology Appl. **109** (2001), 237-256.

- S. Macías, *On the hyperspaces* $C_n(X)$ *of a continuum* X*, II*, Topology Proc. **25** (2000), 255-276.

- S. B. Nadler, Jr., *Continuum Theory, An Introduction*, Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, 158, Marcel Dekker, New York Basel, (1999).


$m_{\overline{ab}}$
m_a
m_b
$\widetilde{m}_{\overline{ab}}$
e_1
e_2
e_3
e_4
a
b


GRACIAS