Conexidad local y conexidad en pequeño en 2^X y $C(X)$.

Eduardo Jacobo Villegas

Noviembre 2014

Definición

Sean X un continuo y $x \in X$. Decimos que X es ***conexo en pequeño en $\mathbf{x}$*** *si para cada abierto U que contiene a x existe una vecindad conexa V de x tal que $V \subset U$.*

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$, entonces 2^X es conexo en pequeño en M si y sólo si para cada abierto U que contiene a M existe una componente de U que contiene a M en su interior.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$, entonces 2^X es localmente conexo en M si y sólo si para cada abierto U que contiene a M existe un abierto conexo V tal que $M \subset V \subset U$.

Definición

Sean X un continuo y $x \in X$. Decimos que X es ***conexo en pequeño en*** $\mathbf{x}$ *si para cada abierto U que contiene a x existe una vecindad conexa V de x tal que $V \subset U$.*

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$, entonces 2^X es conexo en pequeño en M si y sólo si para cada abierto U que contiene a M existe una componente de U que contiene a M en su interior.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$, entonces 2^X es localmente conexo en M si y sólo si para cada abierto U que contiene a M existe un abierto conexo V tal que $M \subset V \subset U$.

Definición

Sean X un continuo y $x \in X$. Decimos que X es ***conexo en pequeño en*** $\mathbf{x}$ *si para cada abierto U que contiene a x existe una vecindad conexa V de x tal que $V \subset U$.*

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$, entonces 2^X es conexo en pequeño en M si y sólo si para cada abierto U que contiene a M existe una componente de U que contiene a M en su interior.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$, entonces 2^X es localmente conexo en M si y sólo si para cada abierto U que contiene a M existe un abierto conexo V tal que $M \subset V \subset U$.

Teorema

Sean X un continuo y $A \in 2^X$, entonces 2^X es conexo en pequeño en A si y sólo si 2^X es conexo en pequeño en cada componente de A.

Teorema

Sean X un continuo y $A \in 2^X$, entonces 2^X es localmente conexo en A si y sólo si 2^X es localmente conexo en cada componente de A.

Teorema

Sean X un continuo y $A \in 2^X$, entonces 2^X es conexo en pequeño en A si y sólo si 2^X es conexo en pequeño en cada componente de A.

Teorema

Sean X un continuo y $A \in 2^X$, entonces 2^X es localmente conexo en A si y sólo si 2^X es localmente conexo en cada componente de A.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. Si 2^X es conexo en pequeño en M, entonces $C(X)$ es conexo en pequeño en M.

Pregunta

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. ¿Si 2^X es localmente conexo en M, entonces $C(X)$ es localmente conexo en M?.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. Si 2^X es conexo en pequeño en M, entonces $C(X)$ es conexo en pequeño en M.

Pregunta

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. ¿Si 2^X es localmente conexo en M, entonces $C(X)$ es localmente conexo en M?.

Definición

*Sean X un espacio topológico y $x \in X$. Decimos que X es **localmente arcoconexo en** $\mathbf{x}$ si para cada abierto U que contiene a x existe un abierto arcoconexo V tal que $x \in V \subset U$.*

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. Si 2^X es conexo en pequeño en M, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo M.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. Si $int(M) \neq \emptyset$, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo en M.

Definición

Sean X un espacio topológico y $x \in X$. Decimos que X es ***localmente arcoconexo en*** $\mathbf{x}$ *si para cada abierto U que contiene a x existe un abierto arcoconexo V tal que $x \in V \subset U$.*

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. Si 2^X es conexo en pequeño en M, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo M.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. Si $int(M) \neq \emptyset$, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo en M.

Definición

Sean X un espacio topológico y $x \in X$. Decimos que X es ***localmente arcoconexo en $\mathbf{x}$*** *si para cada abierto U que contiene a x existe un abierto arcoconexo V tal que $x \in V \subset U$.*

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. Si 2^X es conexo en pequeño en M, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo M.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$. Si $int(M) \neq \emptyset$, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo en M.

Teorema

Sean X un continuo y $x \in X$, entonces X es conexo en pequeño en x si y sólo si $C(X)$ es conexo en pequeño en $\{x\}$.

Corolario

Sean X un continuo y $x \in X$, entonces X es conexo en pequeño en x si y sólo si $C(X)$ es localmente arcoconexo en $\{x\}$.

Corolario

Sean X un continuo y $x \in X$. Si X es localmente conexo en x, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo en $\{x\}$.

Teorema

Sean X un continuo y $x \in X$, entonces X es conexo en pequeño en x si y sólo si $C(X)$ es conexo en pequeño en $\{x\}$.

Corolario

Sean X un continuo y $x \in X$, entonces X es conexo en pequeño en x si y sólo si $C(X)$ es localmente arcoconexo en $\{x\}$.

Corolario

Sean X un continuo y $x \in X$. Si X es localmente conexo en x, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo en $\{x\}$.

Teorema

Sean X un continuo y $x \in X$, entonces X es conexo en pequeño en x si y sólo si $C(X)$ es conexo en pequeño en $\{x\}$.

Corolario

Sean X un continuo y $x \in X$, entonces X es conexo en pequeño en x si y sólo si $C(X)$ es localmente arcoconexo en $\{x\}$.

Corolario

Sean X un continuo y $x \in X$. Si X es localmente conexo en x, entonces $C(X)$ es localmente arcoconexo en $\{x\}$.

Teorema

Sean X un continuo y $x \in X$, entonces X es conexo en pequeño en x si y sólo si para cada $M \in C(X)$ tal que $x \in M$, se tiene que $C(X)$ es conexo en pequeño en M.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$, entonces X es conexo en pequeño en M si y sólo si para cada abierto U que contiene a M, cada sucesión de subcontinuos contenida en U que converge a M es tal que a partir de algún momento se queda contenida en la componente de U que contiene a M.

Teorema

Sean X un continuo y $x \in X$, entonces X es conexo en pequeño en x si y sólo si para cada $M \in C(X)$ tal que $x \in M$, se tiene que $C(X)$ es conexo en pequeño en M.

Teorema

Sean X un continuo y $M \in C(X)$, entonces X es conexo en pequeño en M si y sólo si para cada abierto U que contiene a M, cada sucesión de subcontinuos contenida en U que converge a M es tal que a partir de algún momento se queda contenida en la componente de U que contiene a M.