RETRACTOS DE ABANICOS SOBRE ABANICOS FINITOS

Mónica Sánchez Garrido
Dr. José Guadalupe Anaya Ortega

Universidad Autónoma del Estado de México

20 de Noviembre del 2013

Introducción

Definición

*Un **continuo** es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.*

Introducción

Definición

*Un **continuo** es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío.*

Definición

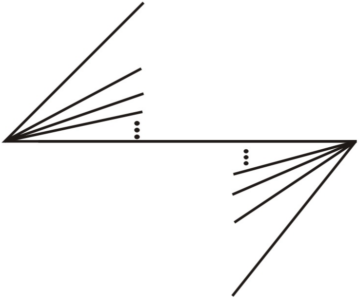
*Un **árbol finito** es un continuo que es unión finita de arcos de manera que cualesquiera dos de ellos o son ajenos o se intersectan sólo en alguno de sus puntos finales.*

Definición

*Un **dendroide** es un continuo arco-conexo y hereditariamente unicoherente.*

Definición

Un ***dendroide*** *es un continuo arco-conexo y hereditariamente unicoherente.*



Definición

Un ***abanico*** *F es un dendroide con exactamente un punto de ramificación. El punto de ramificación de F es llamado vértice.*

Definición

*Un **abanico** F es un dendroide con exactamente un punto de ramificación. El punto de ramificación de F es llamado vértice.*

Definición

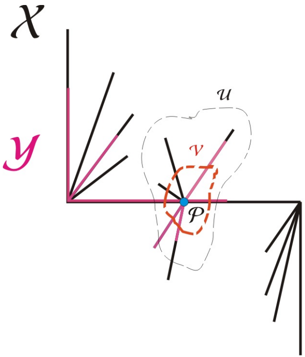
Sea F un abanico. $E(F)$ es el conjunto de puntos finales de F.

Lema

Sean X un dendroide, Y un árbol finito tal que $Y \subseteq X$ y $p \in Y$. Sea $\mathcal{K}= \{K : K$ es componente de $Y - \{p\}\}$. Entonces, para cada conjunto abierto U de X, tal que $p \in U$, existe un conjunto abierto V de X tal que $p \in V \subseteq U$ y card$(Y \cap \partial V)$=card $\mathcal{K}$.

Lema

Sean X un dendroide, Y un árbol finito tal que $Y \subseteq X$ y $p \in Y$. Sea $\mathcal{K} = \{K : K$ es componente de $Y - \{p\}\}$. Entonces, para cada conjunto abierto U de X, tal que $p \in U$, existe un conjunto abierto V de X tal que $p \in V \subseteq U$ y $\mathrm{card}(Y \cap \partial V) = \mathrm{card}\,\mathcal{K}$.

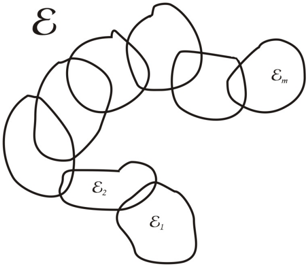


Definición

*Una **cadena**, es un espacio métrico, es una colección* $\mathcal{E}= \{E_1, ..., E_m\}$ *de conjuntos abiertos tales que* $E_i \cap E_j \neq \emptyset$ *si y sólo si* $|i-j| \leq 1$. *Los elementos de* $\mathcal{E}$ *son llamados eslabones. Se denotará a* $\mathcal{E}$ *por* $E(1,m)$ *y* $E^*(1,m) = \mathcal{E}^* = \bigcup_{i=1}^{m} E_i$. *Si cada eslabón de* $\mathcal{E}$ *tiene diámetro menor que* ϵ, *se dice que* $\mathcal{E}$ *es una* $\epsilon-$***cadena***.

Definición

*Una **cadena**, es un espacio métrico, es una colección $\mathcal{E} = \{E_1, ..., E_m\}$ de conjuntos abiertos tales que $E_i \cap E_j \neq \emptyset$ si y sólo si $|i - j| \leq 1$. Los elementos de $\mathcal{E}$ son llamados eslabones. Se denotará a $\mathcal{E}$ por $E(1, m)$ y $E^*(1, m) = \mathcal{E}^* = \bigcup_{i=1}^{m} E_i$. Si cada eslabón de $\mathcal{E}$ tiene diámetro menor que ϵ, se dice que $\mathcal{E}$ es una $\epsilon-$**cadena**.*



Definición

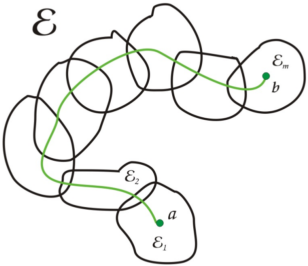
Sean $\overline{ab}$ *un arco y* $\mathcal{E} = E(1, m)$ *una cadena con eslabones* $E_1, E_2, \ldots, E_m$ *que cubre a* $\overline{ab}$. *Entonces,* $\overline{ab}$ ***está recto en*** $\mathcal{E}$, *si:*

1. $\mathcal{E}$ *es una cadena de a a b, es decir,* $a \in E_1 - Cl(E_2)$ *y* $b \in E_m - Cl(E_{m-1})$.
2. $(\partial E_i) \cap \overline{ab}$ *es un conjunto unipuntual si* $i \in \{1, m\}$ *y dos puntos si* $i \in \{2, 3, \ldots, m-1\}$.

Definición

Sean $\overline{ab}$ *un arco y* $\mathcal{E} = E(1, m)$ *una cadena con eslabones* $E_1, E_2, ..., E_m$ *que cubre a* $\overline{ab}$. *Entonces,* $\overline{ab}$ ***está recto en*** $\mathcal{E}$, *si:*

1. $\mathcal{E}$ *es una cadena de a a b, es decir,* $a \in E_1 - Cl(E_2)$ *y* $b \in E_m - Cl(E_{m-1})$.
2. $(\partial E_i) \cap \overline{ab}$ *es un conjunto unipuntual si* $i \in \{1, m\}$ *y dos puntos si* $i \in \{2, 3, ..., m-1\}$.

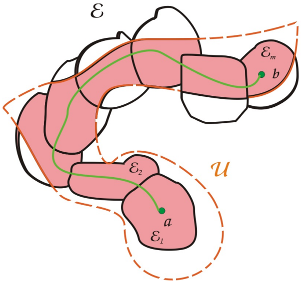


Lema

Sean $\overline{ab}$ que es recto en $\mathcal{E}= E(1,m)$ y U un conjunto abierto que contiene a $\overline{ab}$. Entonces, $\overline{ab}$ está recto en $\{E_1 \cap U, E_2 \cap U, ..., E_m \cap U\}$.

Lema

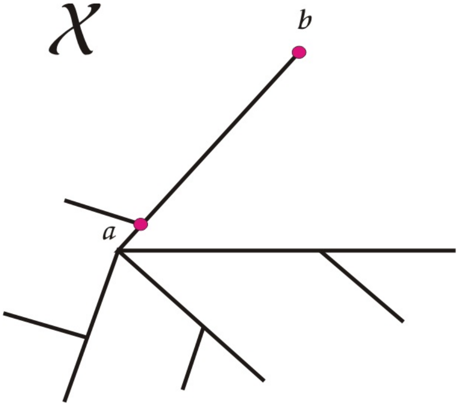
Sean $\overline{ab}$ que es recto en $\mathcal{E} = E(1, m)$ y U un conjunto abierto que contiene a $\overline{ab}$. Entonces, $\overline{ab}$ está recto en $\{E_1 \cap U, E_2 \cap U, ..., E_m \cap U\}$.



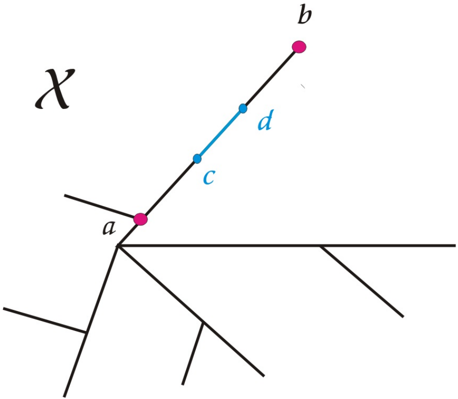
Proposición

Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.

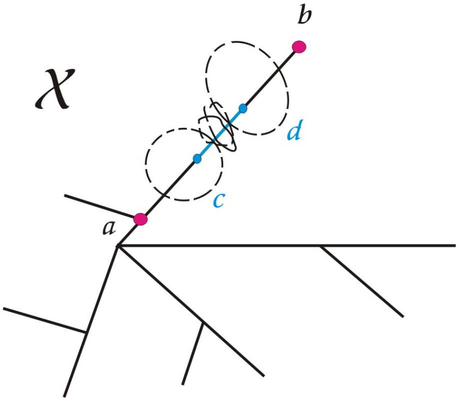
Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E}= E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



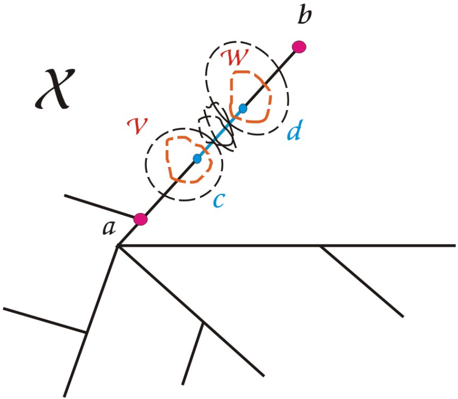
Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



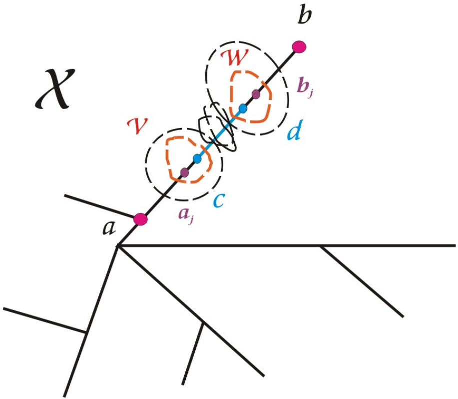
Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E}= E(1,m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



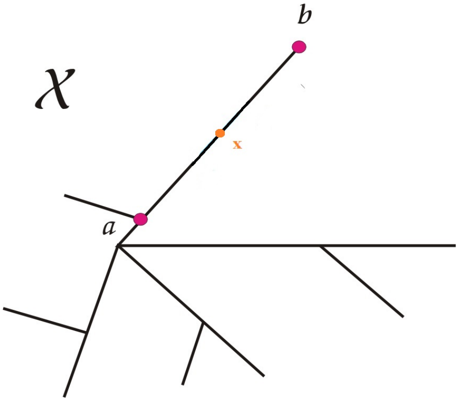
Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



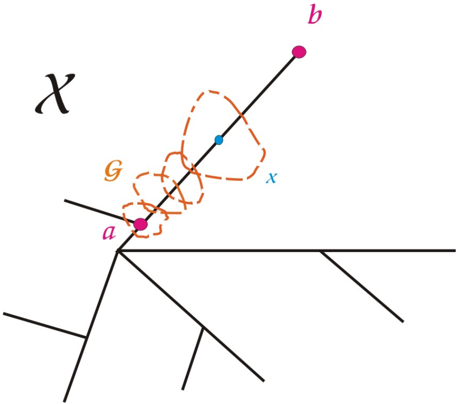
Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



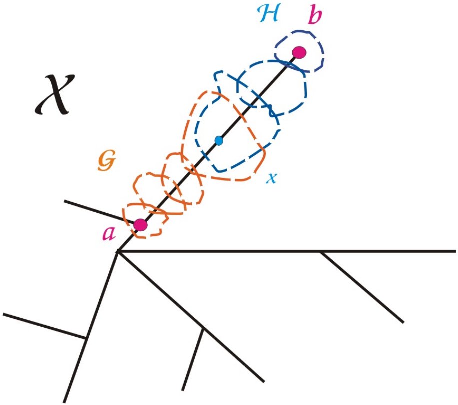
Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



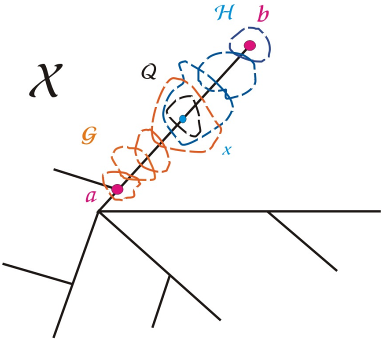
Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E}= E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



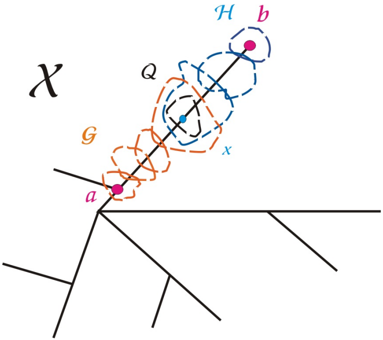
Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E}= E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.

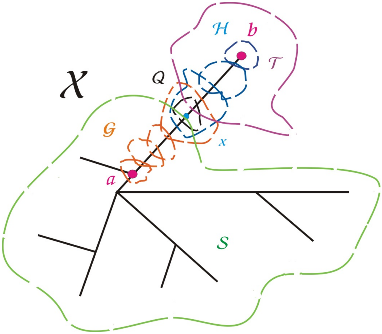


Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.

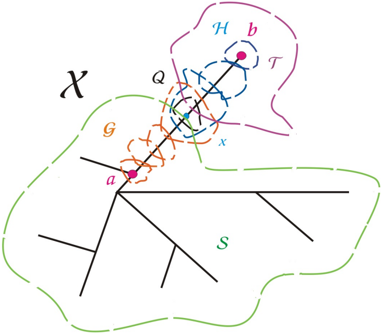


$X - Q = A \cup B$

Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.



$A \subseteq S$, $B \subseteq T$ y $Cl(S) \cap Cl(T) = \emptyset$

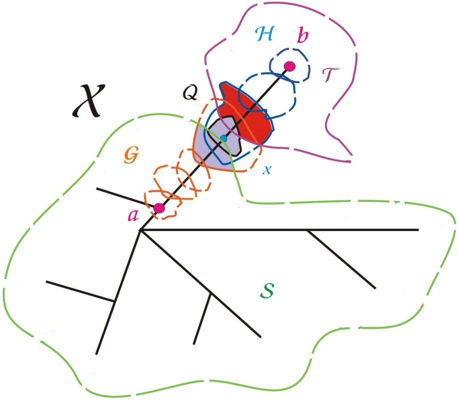
Definimos las cadenas
$\mathfrak{G}' = G'(1, j)$ y $\mathfrak{H}' = H'(1, k)$ refinamientos inyectivos de $\mathcal{G}$ y $\mathcal{H}$ respectivamente, por:

Definimos las cadenas
$\mathfrak{G}' = G'(1, j)$ y $\mathfrak{H}' = H'(1, k)$ refinamientos inyectivos de $\mathcal{G}$ y $\mathcal{H}$ respectivamente, por:

$$G_i' = G_i \cap (S \cup Q) \text{ y } H_i' = H_i \cap (S \cup Q)$$

Definimos las cadenas
$\mathfrak{G}' = G'(1,j)$ y $\mathfrak{H}' = H'(1,k)$ refinamientos inyectivos de $\mathcal{G}$ y $\mathcal{H}$ respectivamente, por:

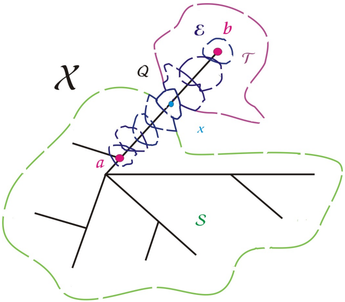
$$G_i' = G_i \cap (S \cup Q) \text{ y } H_i' = H_i \cap (S \cup Q)$$



Sean $\overline{ab}$ un arco en un dendroide X y $\epsilon > 0$. Entonces, existe una $\epsilon-$cadena $\mathcal{E}= E(1, m)$ de conjuntos abiertos en X tal que $\overline{ab}$ está recto en $\mathcal{E}$.

Definimos la cadena $\mathfrak{E}= E(1, m)$ por:

$$E_i = G'_i \text{ si } 1 \leq i \leq j \text{ y } Ei = H'_{i-j} \text{ si } j+1 \leq i \leq j+k$$



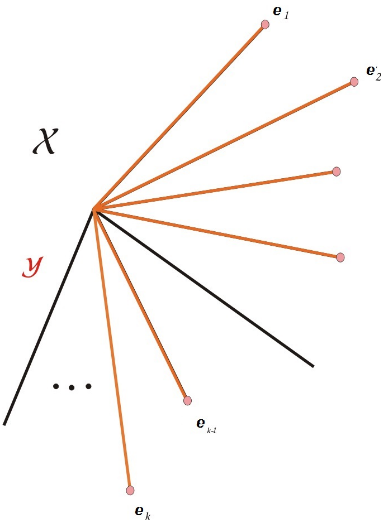
Proposición

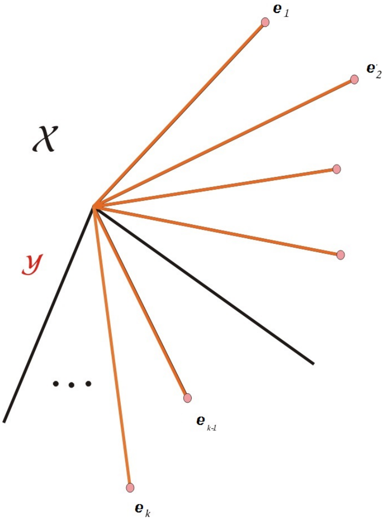
Sean X un abanico, $\epsilon > 0$ y $e \in E(X)$. Entonces, existe una ϵ-cadena, $\mathcal{E} = E(1, m)$ de conjuntos abiertos de X tal que $\overline{\tau e}$ está recto en $\mathcal{E}$ y $\partial E^*(2, m) \subseteq E_1$.

Proposición

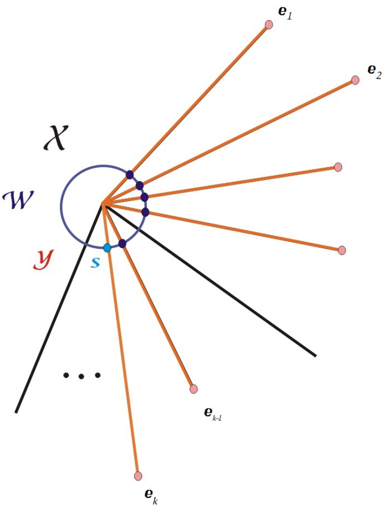
Sean X y Y abanicos, tales que $Y \subseteq X$, Y es finito, el vértice de X, τ, es el vértice de Y y cada punto final e de Y, $e \neq \tau$, es un punto final de X. Si $Y = \cup\{\overline{\tau e_i} : i \in \{1, 2, ..., n\}\}$ y $\delta > 0$. Entonces, existe una colección finita $\mathcal{D}_1$,$\mathcal{D}_2$, ...,$\mathcal{D}_n$ tal que, para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$,

1. *Cada $\mathcal{D}_j = D_j(1, r_j) = \{D_{j_1}, D_{j_2}, ..., D_{j_{r_j}}\}$ es una δ- cadena.*
2. *$\overline{\tau e_j}$ está recto en $\mathcal{D}_j$.*
3. *$\partial D_j^*(2, r_j) \subseteq D_{j_1}$.*
4. *$D_{j_1} = D_{1_1}$.*
5. *Si $i \neq j$, $(\overline{\tau e_j} \cup D_j^*(2, r_j)) \cap Cl(D_i^*(2, r_i)) = \emptyset$*

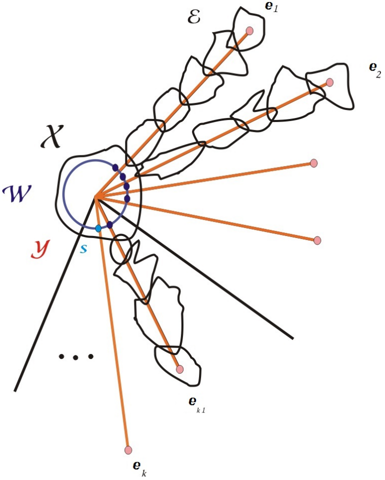

e 1
e'2
X
Y
e k-1
e k



Sea $Y = Y' \cup \overline{\tau e_k}$

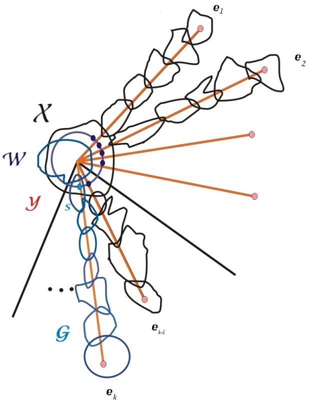


e_1
e_2
$\mathcal{X}$
$\mathcal{W}$
$\mathcal{Y}$
s
e_{k-1}
e_k

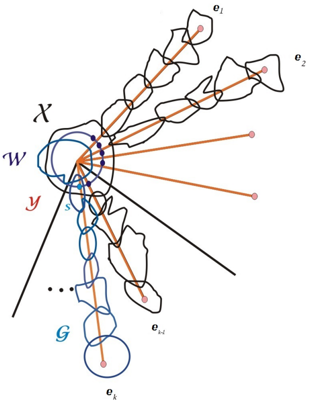

$\mathcal{E}$
e_1
e_2
$\mathcal{X}$
$\mathcal{W}$
$\mathcal{Y}$
s
. . .
e_{k1}
e_k

Sea $G(b, p)$ la mínima subcadena de $\mathfrak{G}$ que contiene a $\overline{se_k}$

Sea $G(b, p)$ la mínima subcadena de $\mathfrak{G}$ que contiene a $\overline{se_k}$



Sea $G(b,p)$ la mínima subcadena de $\mathfrak{G}$ que contiene a $\overline{se_k}$

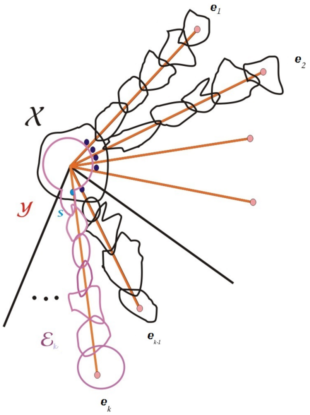


Sea $V = W - Cl(G^*(b+1,p))$.

Definimos la cadena $\mathfrak{E}_k = E_k(1, r_k)$ que cubre a $\overline{\tau e_k}$, por

$$E_{k_1} = V \cup G_b$$

$$E_{k_i} = G_{b+i-1} \text{ si } i > 1$$



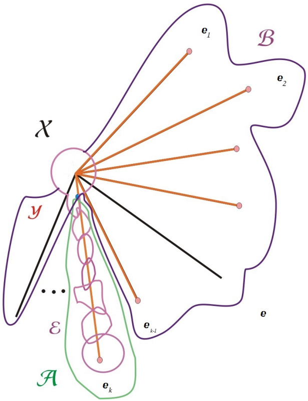
Se muestra que

1. $\mathfrak{E}_k$ que cubre a $\overline{\tau e_k}$.
2. $\overline{\tau w_k}$ es recto en $\mathfrak{E}_k$.

Se muestra que

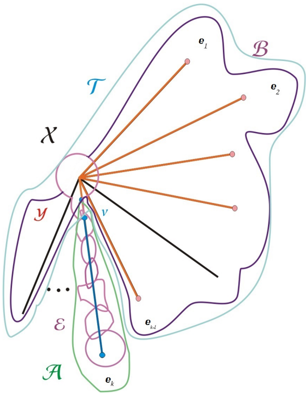
1. $\mathfrak{E}_k$ que cubre a $\overline{\tau e_k}$.
2. $\overline{\tau w_k}$ es recto en $\mathfrak{E}_k$.

Sea $\overline{\tau e_k} \cap Cl(E^*(2, r_k)) = \overline{v e_k}$



Notemos que $X - E_{k_1} = A \cup B$

Notemos que $X - E_{k_1} = A \cup B$
Sean S, T abiertos tales que $Cl(S) \cap Cl(T) = \emptyset$, $A \cup \overline{ve_k} \subseteq S$ y $B \cup Y' \subseteq T$



Definimos la cadena $\mathfrak{F}_j = F_j(1, r_j)$ si $1 \leq j \leq k$ por

$$F_{j_i} = E_{j_i} \cap T \text{ si } j \neq K, i > 1$$
$$F_{k_i} = E_{k_i} \cap S \text{ si } i > 1$$
$$F_{j_1} = (E_{1_1} \cap T) \cup E_{k_1} \text{ para cada } j$$

Definimos la cadena $\mathfrak{F}_j = F_j(1, r_j)$ si $1 \leq j \leq k$ por

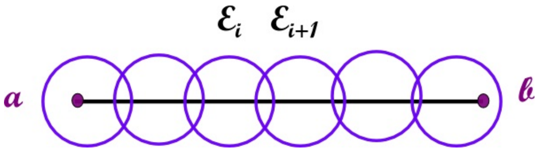
$$F_{j_i} = E_{j_i} \cap T \text{ si } j \neq K, i > 1$$
$$F_{k_i} = E_{k_i} \cap S \text{ si } i > 1$$
$$F_{j_1} = (E_{1_1} \cap T) \cup E_{k_1} \text{ para cada } j$$

1. Cada $\mathcal{F}_j = F_j(1, r_j) = \{F_{j_1}, F_{j_2}, ..., F_{j_{r_j}}\}$ es una δ- cadena.
2. $\overline{\tau e_j}$ es recto en $\mathcal{F}_j$.
3. $\partial F_j^*(2, r_j) \subseteq F_{j_1}$.
4. $F_{j_1} = F_{1_1}$.
5. Si $i \neq j$, $(\overline{\tau e_j} \cup F_j^*(2, r_j)) \cap Cl(F_i^*(2, r_i)) = \emptyset$

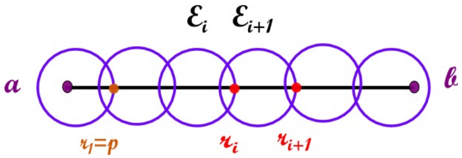
Proposición

Sean X un espacio métrico compacto y $\overline{ab}$ un arco que está recto en una $\epsilon-$cadena, $\mathcal{E}= E(1,m)$, $\mathcal{E}^* \subseteq X$ un espacio métrico compacto, $\partial E^*(2,m) \subseteq E_1$ y $\{p\} = \partial E_1 \cap \overline{ab}$. Entonces, existe una función continua $f : (\mathcal{E}^* - E_1) \to \overline{pb}$ tal que f es una retracción sobre $\overline{pb}$, $f(\partial E_1 \cap E_2) = p$ y para cada $x \in \mathcal{E}^* - E_1$, $d(x, f(x)) < \epsilon$.

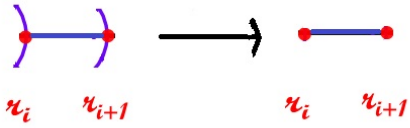
Sean X un espacio métrico compacto y $\overline{ab}$ un arco que está recto en una $\epsilon-$cadena, $\mathcal{E}= E(1,m)$, $\mathcal{E}^* \subseteq X$ un espacio métrico compacto, $\partial E^*(2,m) \subseteq E_1$ y $\{p\} = \partial E_1 \cap \overline{ab}$. Entonces, existe una función continua $f : (\mathcal{E}^* - E_1) \to \overline{pb}$ tal que f es una retracción sobre $\overline{pb}$, $f(\partial E_1 \cap E_2) = p$ y para cada $x \in \mathcal{E}^* - E_1$, $d(x, f(x)) < \epsilon$.



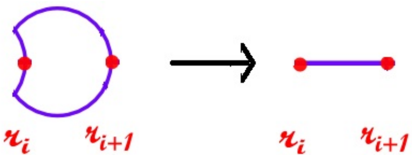
Sean X un espacio métrico compacto y $\overline{ab}$ un arco que está recto en una $\epsilon-$cadena, $\mathcal{E}= E(1,m)$, $\mathcal{E}^* \subseteq X$ un espacio métrico compacto, $\partial E^*(2,m) \subseteq E_1$ y $\{p\} = \partial E_1 \cap \overline{ab}$. Entonces, existe una función continua $f : (\mathcal{E}^* - E_1) \to \overline{pb}$ tal que f es una retracción sobre $\overline{pb}$, $f(\partial E_1 \cap E_2) = p$ y para cada $x \in \mathcal{E}^* - E_1$, $d(x, f(x)) < \epsilon$.



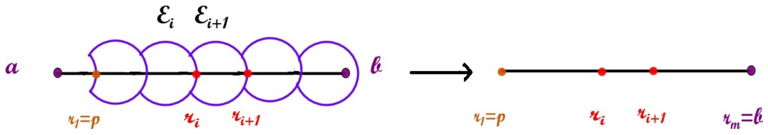
Sean X un espacio métrico compacto y $\overline{ab}$ un arco que está recto en una $\epsilon-$cadena, $\mathcal{E}= E(1, m)$, $\mathcal{E}^* \subseteq X$ un espacio métrico compacto, $\partial E^*(2, m) \subseteq E_1$ y $\{p\} = \partial E_1 \cap \overline{ab}$. Entonces, existe una función continua $f : (\mathcal{E}^* - E_1) \to \overline{pb}$ tal que f es una retracción sobre $\overline{pb}$, $f(\partial E_1 \cap E_2) = p$ y para cada $x \in \mathcal{E}^* - E_1$, $d(x, f(x)) < \epsilon$.



Sean X un espacio métrico compacto y $\overline{ab}$ un arco que está recto en una $\epsilon-$cadena, $\mathcal{E} = E(1, m)$, $\mathcal{E}^* \subseteq X$ un espacio métrico compacto, $\partial E^*(2, m) \subseteq E_1$ y $\{p\} = \partial E_1 \cap \overline{ab}$. Entonces, existe una función continua $f : (\mathcal{E}^* - E_1) \to \overline{pb}$ tal que f es una retracción sobre $\overline{pb}$, $f(\partial E_1 \cap E_2) = p$ y para cada $x \in \mathcal{E}^* - E_1$, $d(x, f(x)) < \epsilon$.



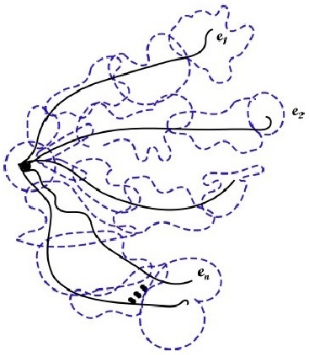
Sean X un espacio métrico compacto y $\overline{ab}$ un arco que está recto en una $\epsilon-$cadena, $\mathcal{E}= E(1,m)$, $\mathcal{E}^* \subseteq X$ un espacio métrico compacto, $\partial E^*(2,m) \subseteq E_1$ y $\{p\} = \partial E_1 \cap \overline{ab}$. Entonces, existe una función continua $f : (\mathcal{E}^* - E_1) \to \overline{pb}$ tal que f es una retracción sobre $\overline{pb}$, $f(\partial E_1 \cap E_2) = p$ y para cada $x \in \mathcal{E}^* - E_1$, $d(x, f(x)) < \epsilon$.



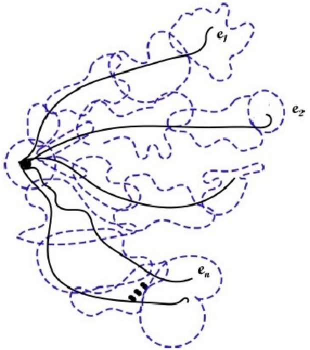
Teorema

Sean X un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq X$ y una retracción $r : X \to Y$ tal que si $x \in X$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.



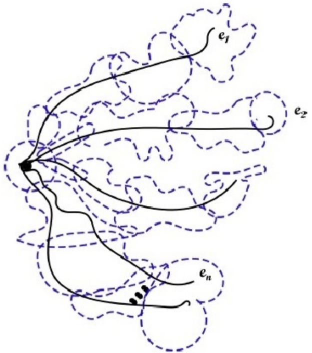
Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.



1. $\bigcup_{j=1}^{n} \mathfrak{E}_j$ cubre a X.

   Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$
2. $\overline{\tau e_j}$ está derecho en $\mathfrak{E}_j$.
3. $\partial E_j^*(2, m_j) \subseteq E_{j_1}$.

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.



1. $\bigcup_{j=1}^{n} \mathfrak{E}_j$ cubre a X.

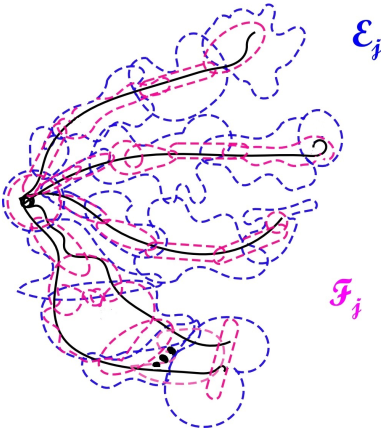
Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$

2. $\overline{\tau e_j}$ está derecho en $\mathfrak{E}_j$.
3. $\partial E_j^*(2, m_j) \subseteq E_{j_1}$.

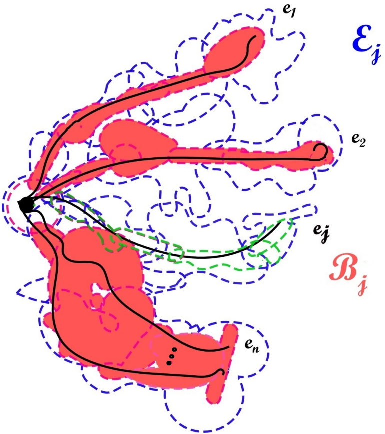
Si $i \neq j$. Entonces:

4. $\overline{\tau e_i} \cap Cl(G_j^*(2, m_2)) = \emptyset$
5. $\overline{\tau e_i} \cap Cl(G_{j_1}) \subseteq \overline{\tau e_j} \cap G_{i_1}$

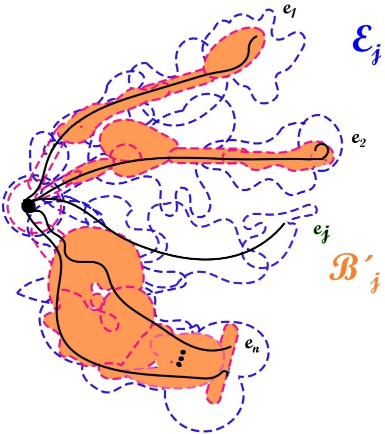
Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.



Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.



Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

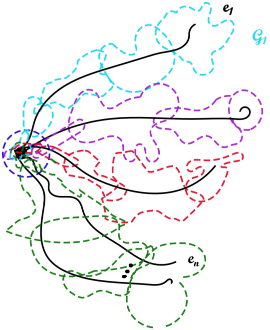


Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Se definen las cadenas $\mathfrak{G}_j = G_j(1.m_j)$ como sigue:

$G_{j_k} = E_{j_k} - B_j$ si $2 \leq k \leq m_j$

$G_{j_1} = E_{j_1} - B'_j$

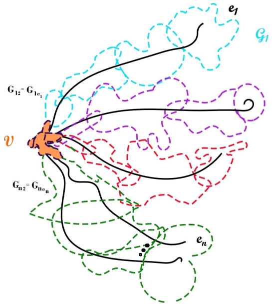


Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Sea $V = \bigcup_{j=1}^{n} G_{j_1}$.

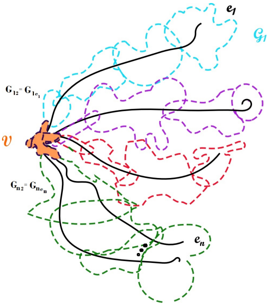
Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$, sea c_j=max$\{k$: si $i \in \{1, 2, ..., k\}$, entonces $G_{j_i} \cap V \neq \emptyset\}$.



Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$, sea c_j=max$\{k$: si $i \in \{1, 2, ..., k\}$, entonces $G_{j_i} \cap V \neq \emptyset\}$.

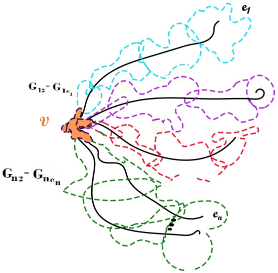


Notemos que $diam(G^*(1, c_j)) < \frac{\epsilon}{2}$

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Definimos las cadenas $\mathfrak{H}_j = H_j(1, m_j)$ refinamientos de $\mathfrak{G}_j$ por:

$$H_{j_l} = G_{j_l} - Cl\Big(\bigcup_{k=1, k>j}^{n} G_k^*(c_k + 1, m_k)\Big) \text{ si } 1 \leq l \leq m_j.$$



Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

1. $\bigcup_{j=1}^{n} \mathfrak{H}_j$ cubre a X.

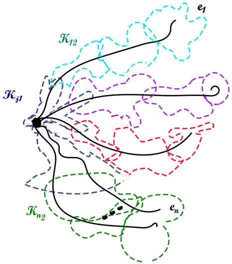
   Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$
2. $\overline{\tau e_j}$ está recto en $\mathfrak{H}_j$.
3. $\partial H_j^*(2, m_j) \subseteq H_{j_1}$.

   Si $i \neq j$. Entonces:
4. $\overline{\tau e_i} \cap Cl(H_j^*(2, m_2)) = \emptyset$
5. $\overline{\tau e_i} \cap Cl(H_{j_1}) \subseteq \overline{\tau e_j} \cap H_{i_1}$
6. Existe un entero c_j, tal que si $i \neq j$, $H_j^*(c_j + 1, m_j) \cap H_i^*(c_i + 1, m_i) = \emptyset$.
7. $diam(H_j^*(1, c_j)) < \frac{\epsilon}{2}$

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Para cada j, sea $K_{j_1} = \bigcup_{i=1}^{n} H_i^*(1, c_i)$.

Si $l > 1$ y $K_{j_{c_j}}$ no es el último eslabón de $\mathfrak{K}_j$. Entonces, $K_{j_l} = H_{j_{C_j+l-1}}$.



Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Que satisfacen

1. $\bigcup_{j=1}^{n} \mathfrak{K}_j$ cubre a X.

   Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$
2. $\overline{\tau e_j}$ está recto en $\mathfrak{K}_j$.
3. $K_{j_1} = K_{1_1}$
4. Si $i \neq j$, $K_i^*(2, p_i) \cap K_j^*(2, p_j) = \emptyset$

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$, existe $s_j \in \overline{\tau e_j}$ tal que

$$(\partial K_{j_1}) \cap \overline{\tau e_j} = \partial K_{j_1} \cap Y \cap K_{j_2} = \{s_j\}.$$

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$, existe $s_j \in \overline{\tau e_j}$ tal que

$$(\partial K_{j_1}) \cap \overline{\tau e_j} = \partial K_{j_1} \cap Y \cap K_{j_2} = \{s_j\}.$$

Existe una retracción $f_j : (\mathfrak{K}_j^* - K_{j_1}) \to \overline{s_j e_j}$ tal que $f_j(\partial K_{j_1} \cap K_{j_2}) = \{s_j\}$ y f_j mueve a cada punto a distancia menor que ϵ.

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$, existe $s_j \in \overline{\tau e_j}$ tal que

$$(\partial K_{j_1}) \cap \overline{\tau e_j} = \partial K_{j_1} \cap Y \cap K_{j_2} = \{s_j\}.$$

Existe una retracción $f_j : (\mathfrak{K}_j^* - K_{j_1}) \to \overline{s_j e_j}$ tal que $f_j(\partial K_{j_1} \cap K_{j_2}) = \{s_j\}$ y f_j mueve a cada punto a distancia menor que ϵ.

Definimos $f = \bigcup_{j=1}^{n} f_j$, la cual es una retracción de $X - K_{1_1}$ sobre $\bigcup_{j=1}^{n} \overline{s_j e_j}$.

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$, existe $s_j \in \overline{\tau e_j}$ tal que

$$(\partial K_{j_1}) \cap \overline{\tau e_j} = \partial K_{j_1} \cap Y \cap K_{j_2} = \{s_j\}.$$

Existe una retracción $f_j : (\mathfrak{K}_j^* - K_{j_1}) \to \overline{s_j e_j}$ tal que $f_j(\partial K_{j_1} \cap K_{j_2}) = \{s_j\}$ y f_j mueve a cada punto a distancia menor que ϵ.

Definimos $f = \bigcup_{j=1}^{n} f_j$, la cual es una retracción de $X - K_{1_1}$ sobre $\bigcup_{j=1}^{n} \overline{s_j e_j}$.

Notemos que $Cl(K_{1_1}) \cap Y = \bigcup_{j=1}^{n} \overline{\tau s_j}$.

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Definimos $g : (\partial K_{1_1}) \cup (Cl(K_{1_1}) \cap Y) \to Cl(K_{1_1}) \cap Y$ por

$$g(x) = x \text{ si } x \in Y$$
$$g(x) = s_i \text{ si } x \in K_{1_1} \cap K_{i_2}.$$

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Definimos $g : (\partial K_{1_1}) \cup (Cl(K_{1_1}) \cap Y) \to Cl(K_{1_1}) \cap Y$ por

$$g(x) = x \text{ si } x \in Y$$
$$g(x) = s_i \text{ si } x \in K_{1_1} \cap K_{i_2}.$$

g puede ser extendida a una función $h : Cl(K_{1_1}) \to Cl(K_{1_1}) \cap Y$.

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Definimos $g : (\partial K_{1_1}) \cup (Cl(K_{1_1}) \cap Y) \to Cl(K_{1_1}) \cap Y$ por

$$g(x) = x \text{ si } x \in Y$$
$$g(x) = s_i \text{ si } x \in K_{1_1} \cap K_{i_2}.$$

g puede ser extendida a una función $h : Cl(K_{1_1}) \to Cl(K_{1_1}) \cap Y$. Sea $r = h \cup f$, la cual está bien definida, pues h y f coinciden su dominio, ∂K_{1_1}.

Sean F un abanico y $\epsilon > 0$. Entonces, existe un abanico finito $Y \subseteq F$ y una retracción $r : F \to Y$ tal que si $x \in F$, $d(x, r(x)) < \epsilon$.

Definimos $g : (\partial K_{1_1}) \cup (Cl(K_{1_1}) \cap Y) \to Cl(K_{1_1}) \cap Y$ por

$$g(x) = x \text{ si } x \in Y$$
$$g(x) = s_i \text{ si } x \in K_{1_1} \cap K_{i_2}.$$

g puede ser extendida a una función $h : Cl(K_{1_1}) \to Cl(K_{1_1}) \cap Y$. Sea $r = h \cup f$, la cual está bien definida, pues h y f coinciden su dominio, ∂K_{1_1}. Entonces, r es una retraccion de X sobre Y.


GRACIAS