

# Cálculo integral de varias variables

Javier Páez Cárdenas

# Índice General

Introducción . . . . .	i
<b>1 Integral de Riemann</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Los primeros pasos . . . . .	1
1.2 Construcción de la integral de Riemann . . . . .	3
1.3 Propiedades de la integral de Riemann . . . . .	12
1.4 Medida de Jordan . . . . .	24
1.5 La integral sobre conjuntos Jordan-medibles . . . . .	35
1.6 Problemas . . . . .	38
<b>2 Calculando integrales</b> . . . . .	<b>43</b>
2.1 Integrales iteradas . . . . .	43
2.2 Calculando integrales sobre otros conjuntos . . . . .	53
2.3 El Teorema de Cambio de Variable . . . . .	62
2.4 Algunos cambios de variable . . . . .	70
2.4.1 Cambio a coordenadas polares . . . . .	71
2.4.2 Cambio a coordenadas cilíndricas . . . . .	75
2.4.3 Cambio a coordenadas esféricas . . . . .	79
2.5 Masa y centro de masa . . . . .	83
2.6 Problemas . . . . .	95
<b>3 Integrando sobre curvas</b> . . . . .	<b>103</b>
3.1 Curvas y trayectorias . . . . .	103
3.2 Integrando funciones escalares . . . . .	108
3.3 Integrando funciones vectoriales . . . . .	116
3.4 Campos conservativos (primera parte) . . . . .	122
3.5 El rotacional en el plano . . . . .	132
3.5.1 El teorema de Green . . . . .	141
3.5.2 El rotacional en coordenadas polares . . . . .	151
3.6 La divergencia en el plano . . . . .	156
3.7 El rotacional en el espacio . . . . .	161
3.8 Campos conservativos (segunda parte) . . . . .	171
3.9 Problemas . . . . .	178
<b>4 Integrando sobre superficies</b> . . . . .	<b>185</b>
4.1 Superficies . . . . .	185
4.1.1 Área de una superficie . . . . .	196
4.2 Integrando funciones escalares . . . . .	199

4.3	Integrando funciones vectoriales . . . . .	201
4.4	El teorema de Stokes . . . . .	206
4.4.1	El rotacional en coordenadas esféricas . . . . .	220
4.5	Campos solenoides (primera parte) . . . . .	225
4.6	Divergencia y teorema de Gauss . . . . .	227
4.7	Campos solenoides (segunda parte) . . . . .	243
4.8	Problemas . . . . .	246
<b>5</b>	<b>Formas: el concepto que unifica</b>	<b>253</b>
5.1	Formas básicas . . . . .	253
5.2	Formas diferenciables . . . . .	257
5.3	Diferenciales exactas (primera parte) . . . . .	265
5.4	$p$ -variedades parametrizadas . . . . .	268
5.5	Integrando formas . . . . .	271
5.6	El Gran Teorema Fundamental del Cálculo . . . . .	281
5.7	Diferenciales exactas (segunda parte) . . . . .	285
<b>A</b>	<b>El Teorema de Lebesgue</b>	<b>289</b>