Algebra Lineal I

Tarea Examen

Profesor: Pablo Barrera — Día 07 de abril, 2006
Fecha de Entrega: — Día 17 de abril, 2006

Nombre: ______________________________

Resuelva adecuadamente los siguientes ejercicios.

1. Demostrar que las siguientes matrices tienen nucleo $\neq 0$

a) $T = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ x & 0 & & & \\ x & x & 1 & & \\ x & x & x & -1 & \\ x & x & x & x & 1 \end{bmatrix}$

b) $T = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ x & -1 & & & \\ x & x & -1 & & \\ x & x & x & 0 & \\ x & x & x & x & 1 \end{bmatrix}$

c) $T = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ x & -1 & & & \\ x & x & 0 & & \\ x & x & x & 1 & \\ x & x & x & x & 1 \end{bmatrix}$

2. Si T es triangular de nxn y el k-esímo elemento de la diagonal es cero $\Rightarrow N(T) \neq 0$

3. $Im(A_1) \subset Im(A_2) \Rightarrow \exists\, X\ tal\ que\ A_1 = A_2X$

4. Si T es triangular $\Rightarrow T^{-1}$ es triangular

5. $A_{mxn} : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ Si $N(A) = \{\ 0\}$ $\Rightarrow$ A es inyectiva

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ encuentre B tal que $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \longrightarrow A^{-1}\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}\right)$ y encuentre $BA = I_2$

7. $A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & x_5 & x_6 \\ x_7 & x_8 & x_9 \end{bmatrix}$ encuetre

   $S_r = \{\ A \mid A\bar{1} = \bar{0}\}$

$$S_c = \{\ A \mid \bar{1}^t A = \bar{0}\} \ \text{ donde } \bar{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$S_{d1} = \{\ A \mid x_1 + x_5 + x_9 = 0\}$$
$$S_{d2} = \{\ A \mid x_3 + x_5 + x_7 = 0\}$$

a) Calcular $dim(S_r)$

b) Calcular $dim(S_c)$

c) Calcular $dim(S_{d1})$

d) Calcular $dim(S_{d2})$

e) Calcular $dim(S_r \cap S_c)$

f) Calcular $dim(S_{d1} \cap S_{d2})$

g) Calcular $dim(S_r \cap S_{d1})$

h) Calcular $dim(S_r \cap S_{d2})$

i) Calcular $dim(S_c \cap S_{d1} \cap S_{d2})$

j) Calcular $dim(S_r \cap S_c \cap S_{d1} \cap S_{d2})$

Nota: Argumente adecuadamente su respuesta; no serán tomadas en cuenta observaciones o señalamientos que realicen, sin su debida justificación.