

## OBSERVACIONES ADICIONALES

### AL TEXTO “SISTEMAS DINÁMICOS DISCRETOS”

Sin lugar a dudas, **recomiendo la publicación de este libro**. Es una introducción, bastante completa y amena, al estudio de los sistemas dinámicos en el intervalo. Además, es una excelente guía para un curso de sistemas dinámicos, a nivel licenciatura y provee a los estudiantes de un texto para seguirlo. Además, también será muy útil para los estudiantes de otras carreras de la Facultad que deseen entender esta área que, por su naturaleza, está presente en diversos ámbitos científicos.

Creo también que la exposición es bastante clara y amena; la organización de los temas es adecuada; contiene bastantes ejercicios. Me parece que en su elaboración se refleja la experiencia docente de sus autores.

Sin embargo, antes de publicar este texto, me parece importante que los autores consideren las siguientes observaciones y sugerencias:

- (1) El texto presenta una gran cantidad de erratas, detalles de edición, redacción y errores tipográficos. He marcado bastantes de ellos directamente sobre el archivo pdf. Sin embargo, una revisión por un corrector de estilo sería adecuada.
- (2) El uso de la palabra *impredecible*: Es verdad que el estudio de “las propiedades del caos”, en sistemas dinámicos, proviene de la imposibilidad de utilizar métodos numéricos para la predicción, en la evolución de modelos que cambian con el tiempo –el efecto mariposa, por ejemplo.

Por lo que entiendo, uno de los pilares del libro es estudiar a fondo la definición de Caos de Devaney, en los sistemas dinámicos unidimensionales. De hecho, muestran que la tienda, la logística y la función  $P$  (del capítulo 10) sobre el conjunto de Julia (Proposición 11.7), todas son caóticas.

De hecho, con todo lo construido para demostrar la Proposición 11.7, están a nada de describir completamente la dinámica de la logística (y por ende de la tienda) a través de los itinerarios y la función corrimiento. Es decir, están a punto de describir la (semi)-conjugación topológica entre el corrimiento y la tienda.

De esto se puede extraer la siguiente conclusión: La tienda, el paradigma caótico del libro, está perfectamente entendida: NO es impredecible, sino al contrario.

Creo que valdría la pena sacrificar el uso de la palabra “impredecible”, con el fin de dejar mucho más asentado el concepto preciso de caos y sus consecuencias dinámicas.

Ver también el comentario en la página 105.

- (3) Estable (vs) inestable. En el libro usan en distintos contextos la palabra estable (y su contraparte: inestable) y el significado cambia considerablemente, de acuerdo al contexto. Por ejemplo: estabilidad de Lyapunov (cap 9) y su contraparte (órbita no estable, pag 90). Y por otro lado la estabilidad en cambios del parámetro, cuando estudian las bifurcaciones. Creo que hay que hacer incapié en que son dos nociones distintas para evitar confusiones. Además, usan en un sentido intuitivo la noción de “dinámica estable” sin proporcionar

definición (ver pag 182, donde, creo, se refieren a la noción de hiperbolicidad como sinónimo de estable).

- (4) ¿Cual es la razón para separar en dos capítulos el Teorema de Sharkovskii? ¿uno para enunciarlo y otro para demostrarlo? Si no hay una razón, tal vez valga la pena juntarlos en solo un capítulo.
- (5) La exposición del libro es muy adecuada para la lectura lineal del texto: de principio a fin. Muchas propiedades son mencionadas en el texto y muchas proposiciones son enunciadas dentro del contexto del libro, omitiendo algunas hipótesis para facilitar su lectura. Sin embargo, en una lectura de referencia (abrir el libro en determinado capítulo, para entender, por ejemplo el omega conjunto limite o la entropía), no es sencillo identificar las propiedades que son verdad, junto con sus hipótesis. Sugiero que resalten la mayor cantidad de dichas afirmaciones bajo el mote de Definición, Teorema, Proposición, Lema, etcétera. Incluso si son afirmaciones que, por salirse del alcance del libro, no demuestran.

En este sentido, no ayuda mucho referirse a las funciones como  $T : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  o  $L : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , sin mencionar la regla de correspondencia o alguna palabra.

- (6) La sección “Comentarios” del capítulo 14 merece una revisión cuidadosa. Cabría enunciar concretamente los teoremas que se mencionan y agregar referencias bibliográficas.
- (7) Los capítulos 17 (Introducción a la entropía) y 18 (Dinámica colectiva) merecen una revisión profunda en la manera de exponer su contenido. Hago observaciones explícitas, anotadas directamente sobre el texto. Considero que son temas importantes y que este volumen será referencia en el tema para muchos estudiantes.
- (8) Bibliografía: Quizás valga la pena mencionar alguna bibliografía donde se estudie la familia cuadrática por completo. Si bien puede ser textos inaccesibles para el nivel del libro, puede ser una motivación para algunos a seguir estudiando: el artículo de Lyubich (*regular or stochastic*) y el libro de De Melo-Van Strien, por ejemplo. El libro de Beardon de iteración de funciones racionales, también por ejemplo.

Los autores podrán encontrar más observaciones en el pdf adjunto.

Los números de página se refieren a la paginación del pdf (arriba, con el símbolo #)