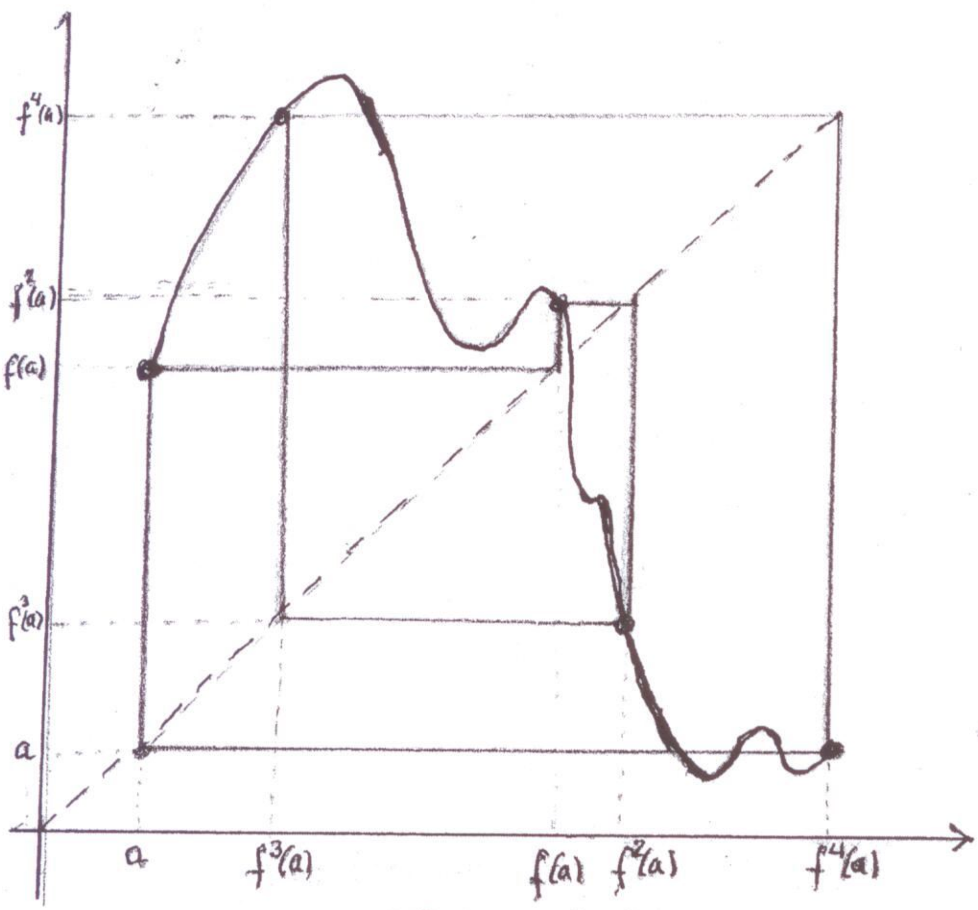
SDDI 2° examen parcial Abril 17, 2013

1. Sea f continua en I y $a<b<c$ tres puntos en I tales que $f(b)=c$, $f(c)=a$ y $f(a)=a$. Demostrar que f tiene puntos periódicos de todos los periodos.

2. Sean $x_1<x_2<\cdots<x_n$ $\boxed{n\geq 3}$ los puntos de una órbita periódica de periodo n de una función f. Supongamos que dicha órbita es recorrida de la siguiente manera por f: $f(x_i)=x_{i+1}$ para $i=1,\dots,n-1$ y $f(x_n)=x_1$. Demostrar que f tiene puntos periódicos de todos los periodos.



f con una órbita de periodo 5.

3. Sin usar el teorema de Sharkovskii demuestra que esta función (la de la figura) tiene una órbita de periodo 10.

-FIN-

Suerte

Mayo 2013

Sistemas Dinámicos Discretos I

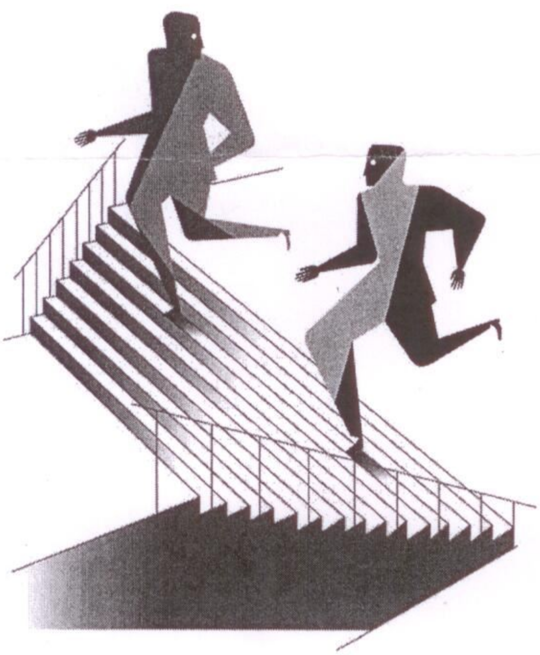
Examen Parcial 3.

1.- Sean

$\Sigma_2 = \{\hat{t} = (t_0, t_1, t_2, \dots) \mid t_i \in \{0,1\}\}$.

con la distancia $d(\hat{t}, \hat{s}) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{|t_i - s_i|}{2^i}$,

y $\sigma: \Sigma_2 \to \Sigma_2$ el shift, dada por $\sigma(t_0, t_1, t_2, \dots) = (t_1, t_2, t_3, \dots)$.



a) Demuestra que $\sigma: \Sigma_2 \to \Sigma_2$ es transitiva en Σ_2.

b) Demuestra que $\sigma: \Sigma_2 \to \Sigma_2$ es sensible a las condiciones iniciales en Σ_2.

2.- Sea X un espacio métrico compacto, $\neq \emptyset$, y sin puntos aislados. Sea $f: X \to X$ una isometría (es decir, $\forall\, u, v$ en X, se tiene $d(f(u), f(v)) = d(u,v)$).

Verdadero o Falso: Si $\exists\, x_0 \in X$ tal que $o(x_0, f)$ es densa en X, entonces $\forall x \in X$ se tiene que $o(x, f)$ es densa en X. (Obs: ya sabemos que si $A \subset X$ es denso en X, entonces $B = A \setminus \{a_0\}$, $a_0 \in A$, también es denso en X).

¡Fin! ¡Suerte!