

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias I

Práctica 7

Ayudante: Guilmer González

Día 18 de mayo, 2004

Veremos: **El problema de los dos tanques, modificado.**

Citemos el libro de Buck & Buck. En el capítulo 1, sección *Models and reality*, se describe un problema de balance de masa entre dos tanques interconectados: **the Two-Tank problem.**

Descripción del problema

La idea es limpiar un tanque de una sustancia venenosa; para ello, se cuenta con dos tanques interconectados provistos de válvulas de entrada y salida, véase la Figura de abajo. Cada tanque contiene 100 galones de un líquido. En el tanque I se introduce agua a una razón de 4 galones por minuto, del tanque II sale el flujo a una razón de 4 galones por minuto. El tanque I provee agua al tanque II a una razón de 6 galones por minuto, y del tanque II hacia el tanque I se vierte un flujo a una razón de 2 galones por minuto. Resulta, que el tanque II contiene 10 gramos de una sustancia venenosa para ratas digamos *Warfarin*, el tanque I unicamente contiene agua. ¿Qué tiempo debe transcurrir desde que las válvulas son abiertas para que el líquido que sale de este sistema de tanques se considere libre de veneno? Esto es, hasta que la concentración del líquido de salida esté por debajo de los 0.001 gramos por galón.

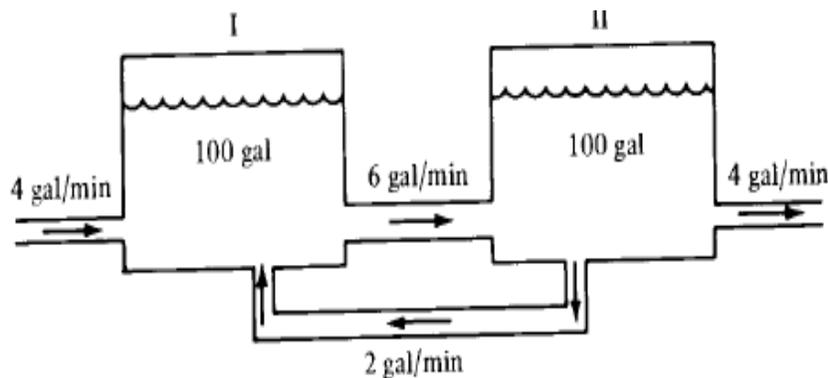


Figura 1: Dos tanques conectados entre sí.

Observaciones

Se trata de un problema de balance de masa, en el cual, la idea es limpiar el tanque II de la sustancia venenosa. Es importante señalar que la entrada de agua al tanque I provee un equilibrio en volumen al sistema. El problema es modelar la concentración de la sustancia venenosa que habrá en los tanques. ¿Qué otras consideraciones debemos hacer aparte de que la sustancia se mezcle de manera uniforme al entrar a cada tanque?

Procedimiento

Plantemos el problema del balance de la cantidad de veneno (en gramos) en cada uno de los tanques en función del tiempo y a partir de ahí, describamos las ecuaciones que gobiernan este sistema de intercambio de líquidos entre los tanques. El sistema lo resolveremos en forma numérica.

Datos

Describamos la información con que se cuenta para el problema.

Notación

Nombremos cada una de las cantidades involucradas, ya sean constantes para el problema presente, así como la cantidad de sustancia venenosa o concentración de esta.

Obtención del modelo

Considerando el balance de masa presente (cantidad de sustancia venenosa) observemos el sistema que rige a cada tanque.

Solución numérica

Programemos un `script` en matlab y hagamos uso del integrador numérico `ode45` para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que gobiernan el modelo. Hemos de indicar las condiciones iniciales y un `m-file` donde se defina el lado derecho del sistema $\mathbf{y}' = \mathbf{f}(x, y)$.

Gráfica de la solución

- (a) Gráfica de la masa vs. tiempo
- (a) Gráfica de la concentración vs. tiempo

Solución al problema