viernes 7 mayo

Ecuaciones Diferenciales lineales 2° Orden

$$a(t)\,y'' + b(t)\,y' + c(t)\,y = f(t)$$

Prop. Consideremos

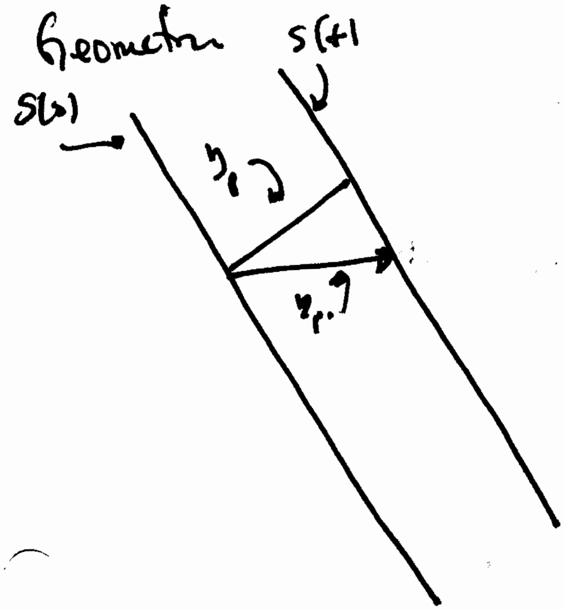
$$S(f(t)) = \{\, y(t) \mid y(t) \text{ es solución de } Ly = f(t) \,\}$$

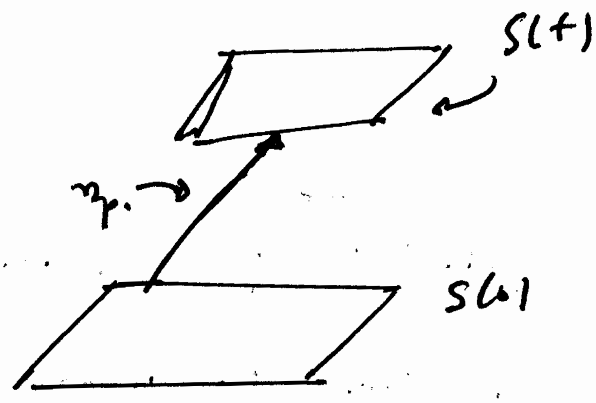
donde

$$Ly = a(t)\,y'' + b(t)\,y' + c(t)\,y$$

Prop. $S(f(t)) = S(0) + y_p(t)$; $y_p(t) \in S(t)$.

Geometría





S(0) espacio vectorial de dimensión 2.

Ejemplo: $y'' + 3y' + 2y = 1 - t$

Considerando la homogénea

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

Consideremos $y(t) = e^{rt}$, hemos de encontrar r.

$$r^2 e^{rt} + 3r e^{rt} + 2 e^{rt} = 0.$$

$$\Rightarrow r^2 + 3r + 2 = 0.$$

$$\boxed{r_1 = -1} \quad \boxed{r_2 = -2}$$

así, $y_1(t) = e^{-t}$; $y_2(t) = e^{-2t}$.

los cuales son linealmente independiente.

$$S(0) = [y_1(t), y_2(t)]$$
$$= \{ y(t) \mid y(t) = c_1 e^{-t} + c_2 e^{-2t} \}$$

Ejemplo. y

Así: $S(1-t) = S(0) + y_p(t)$.

Veamos qué es $y_p(t)$. Hagamos uso de variación de parámetros

Propongamos. $y_p(t) = d_1 + d_2 t + d_3 t^2$

$$y_p'(t) = d_2 + 2d_3 t$$

$$y_p''(t) = 2d_3$$

Con esto.

$$2d_3 + 3\left[d_2 + 2d_3 t\right] + 2\left[d_1 + d_2 t + d_3 t^2\right] = 1 - t$$

$$(2d_3 + 3d_2 + 2d_1) + (6d_3 + 2d_2)t + 2d_3 t^2 = 1 - t$$

$$2d_3 + 3d_2 + 2d_1 = 1$$

$$6d_3 + 2d_2 = -1$$

$$d_3 = 0 \qquad d_2 = -1/2$$

$$d_1 = 5/4.$$