

# Modelo Shallow-Water para el Lago de Chapala

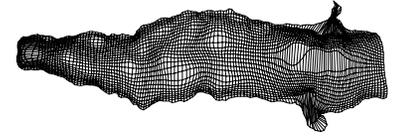
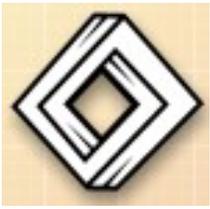
---

**Pablo Barrera, Guilmer González  
Luis V. Maison  
Facultad de Ciencias - UNAM**

**Manuel Guzmán  
Instituto de Limnología – UDG**

**Sergey Ivanenko †  
Computing Center of Russian Academy**

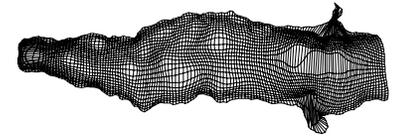
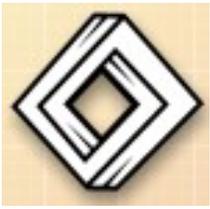
---



# Contenido de la charla

---

- © Planteamiento del problema
  - © Modelo Shallow-Water
  - © Datos para el Modelo
  - © Resultados numéricos
  - © Modelo de Balance del agua
  - © Comparaciones y resultados
-

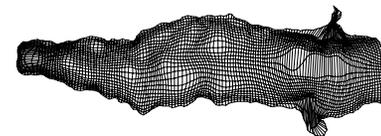


---

## Problema:

Calcular las corrientes generadas en el Lago de Chapala por la circulación del viento y la batimetría





# Modelo

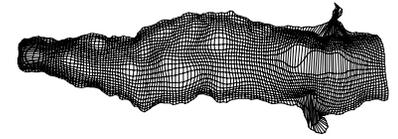
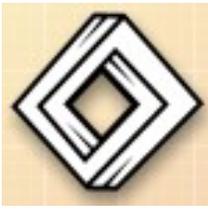
---

$$\frac{\partial u}{\partial t} - l_c v = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{r}{h} u + \frac{\tau_x}{h} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + l_c u = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{r}{h} v + \frac{\tau_y}{h} \quad (2)$$

$$\frac{\partial (hu)}{\partial t} + \frac{\partial (hv)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

---



# Modelo

---

$\zeta(x, y)$  Es el nivel de la superficie libre

$h(x, y)$  Es la profundidad

$\tau_x, \tau_y$  Son las componentes de fricción

$g$  Es la constante de gravedad

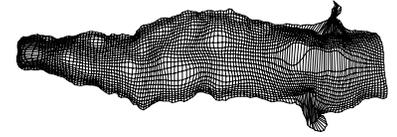
$r = C_f \sqrt{u^2 + v^2}$  con

$C_f$  coeficiente de fricción en la superficie

$l_c = 2\omega \sin(\theta)$  Es el parámetro de Coriolis

con  $\omega$  la vel. angular de la tierra y  $\theta$  la latitud

---



# Modelo

---

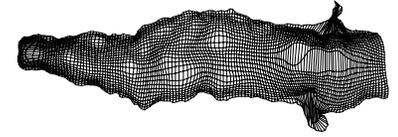
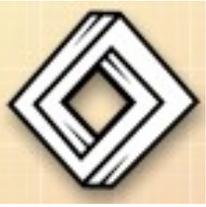
$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial}{\partial y} u - \frac{\partial}{\partial x} v \right] + \left( -\frac{\partial}{\partial y} (l_c v) - \frac{\partial}{\partial x} (l_c u) \right) +$$

$$\left( -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{r}{h} v \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{r}{h} u \right) \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau_x}{h} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tau_y}{h} \right)$$

Definiendo la función de corriente

$$hu = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad hv = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (4)$$

---



# Modelo

---

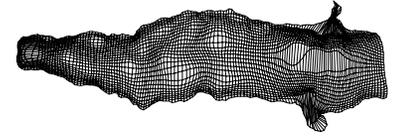
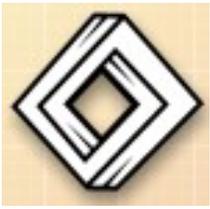
$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \right] +$$
$$\left( \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{l_c}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{l_c}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) \right) + \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{r}{h^2} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{r}{h^2} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau_x}{h} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tau_y}{h} \right)$$

con condiciones a la frontera

$$\Psi |_{\Gamma} = 0, \quad \Psi |_{t=0} = \Psi_0(x, y)$$

---



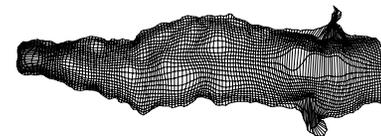
# Modelo

---

La parte no estacionaria de (5) es

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \right]$$

---



# Modelo

---

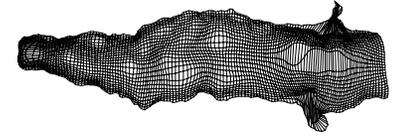
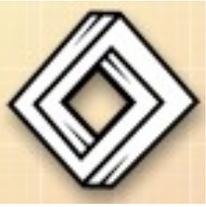
De la condición de continuidad, se sigue

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x y} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y x}$$

La parte estacionaria de (5) es elíptica y de la forma

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left( p \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( p \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( r \frac{\partial U}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( r \frac{\partial U}{\partial y} \right) = f$$

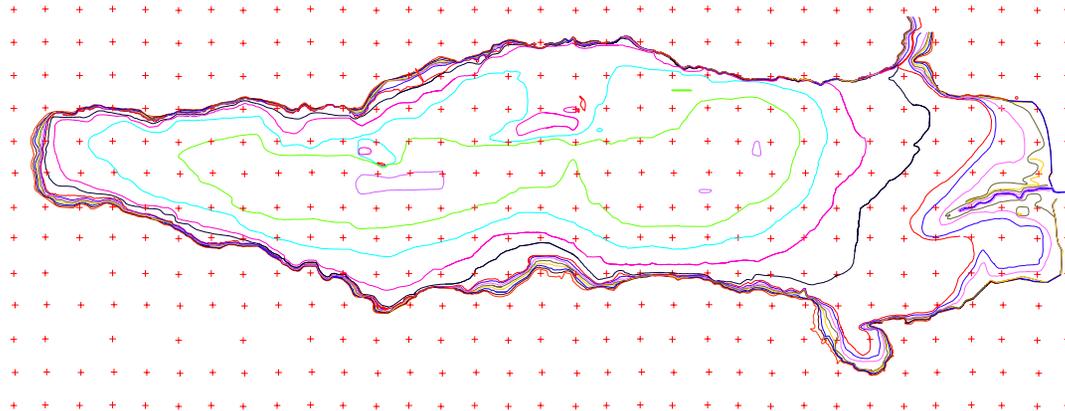
---

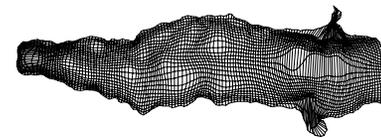


# Datos para el Modelo

---

Velocidad del viento  
Batimetría  
Parámetros conocidos

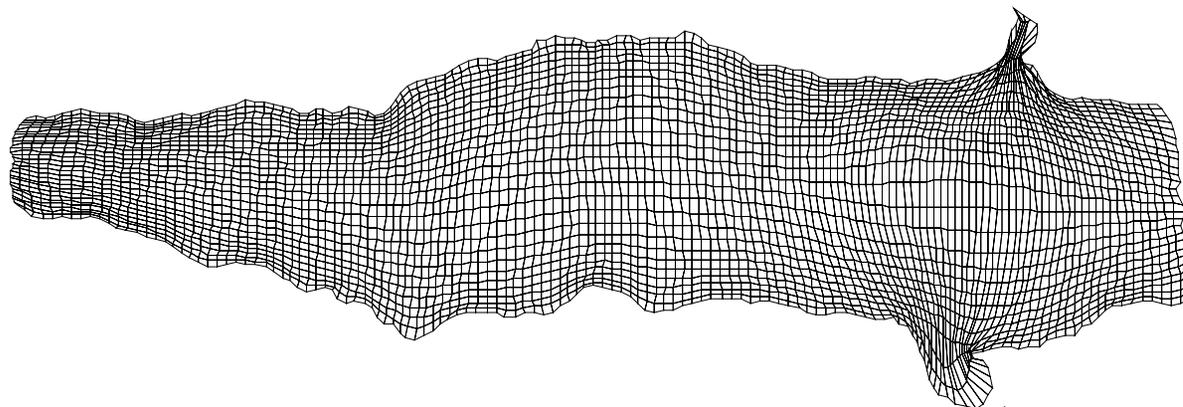




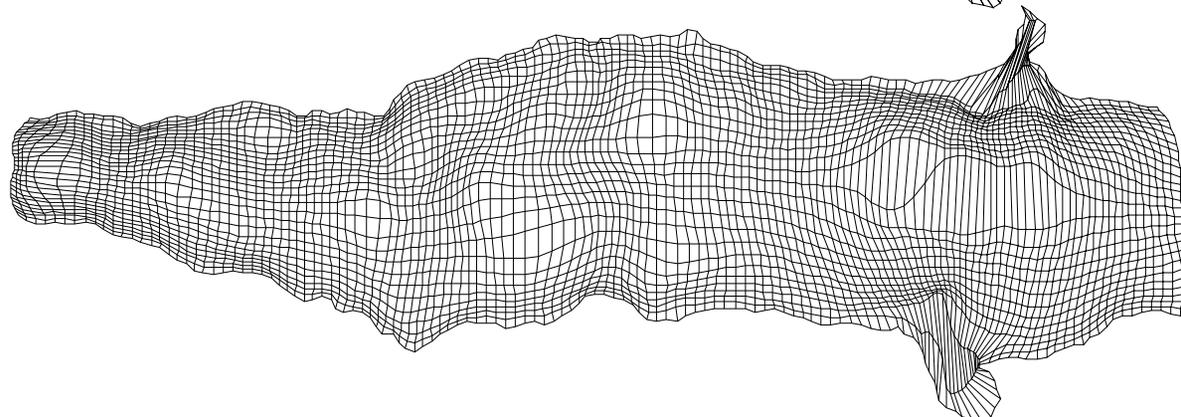
# Resultados numéricos

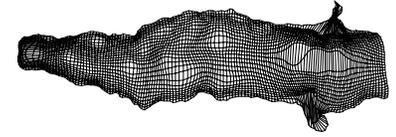
---

Malla inicial



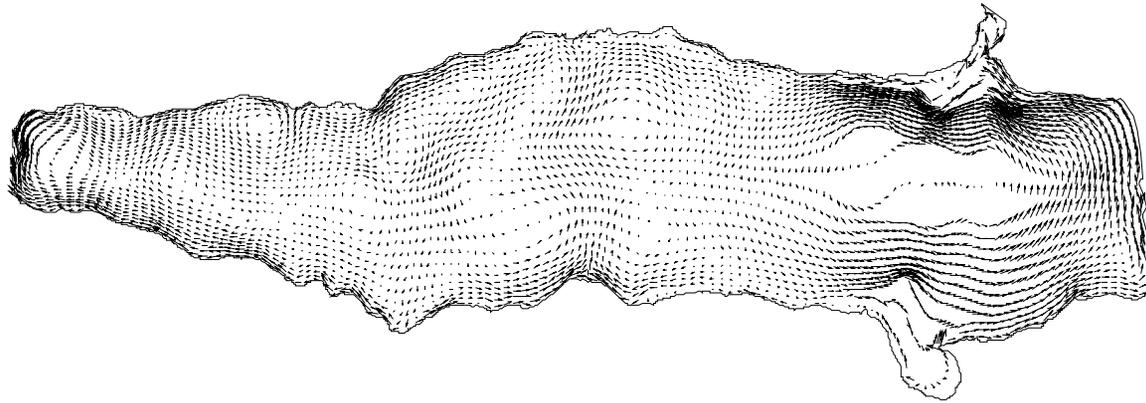
Malla adaptiva





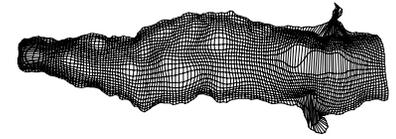
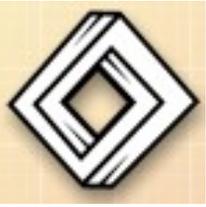
# Resultados numéricos

---



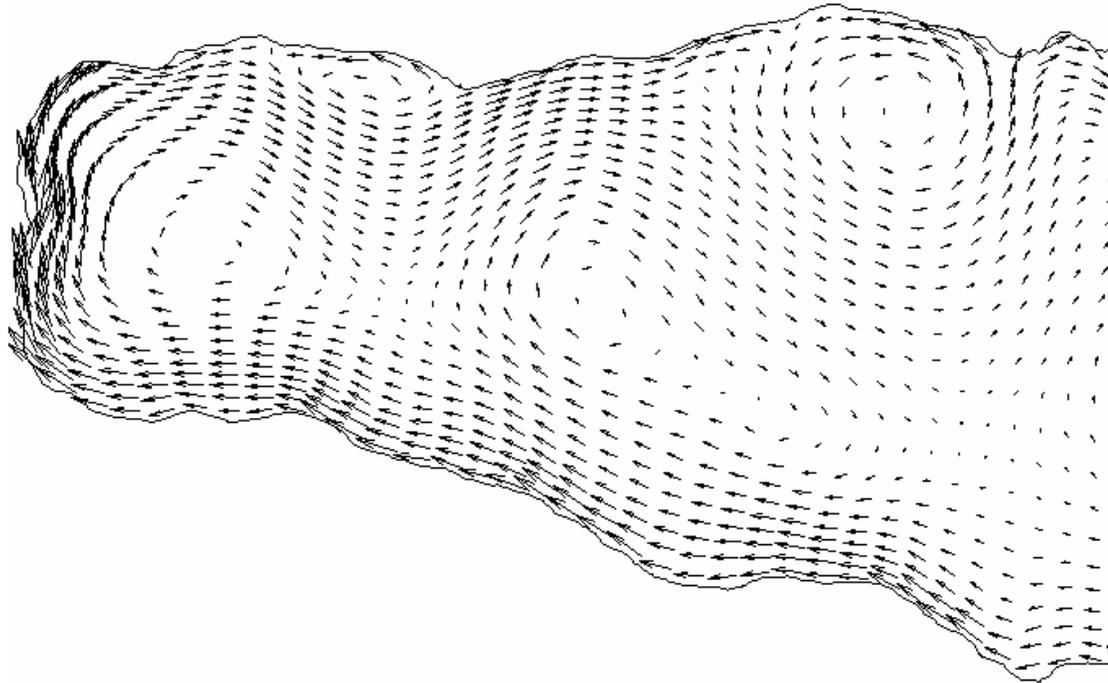
campo de velocidades obtenido para el viento del sureste de 3 m/s  
sobre una malla adaptiva de 145x28

---



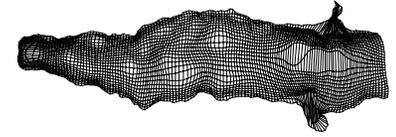
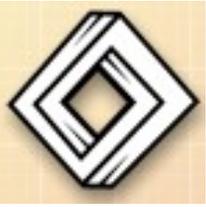
# Resultados numéricos

---



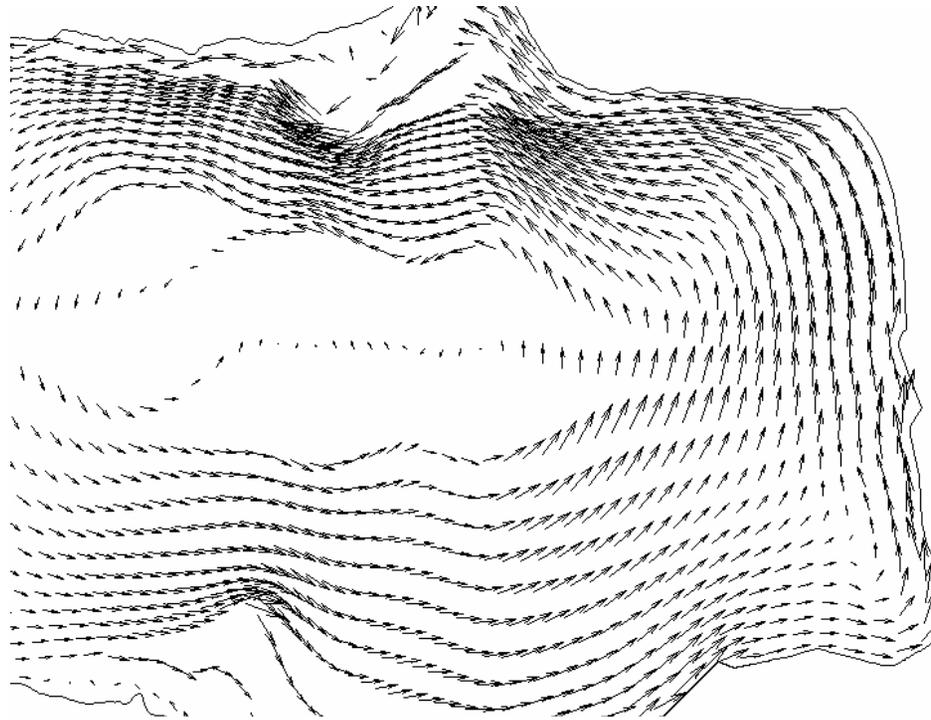
campo de velocidades obtenido para el viento del sureste de 3 m/s  
sobre una malla adaptiva de 145x28

---



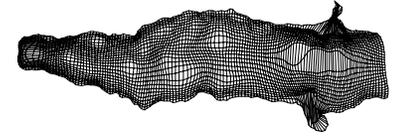
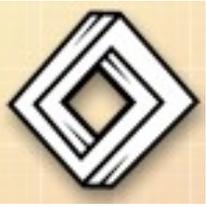
# Resultados numéricos

---



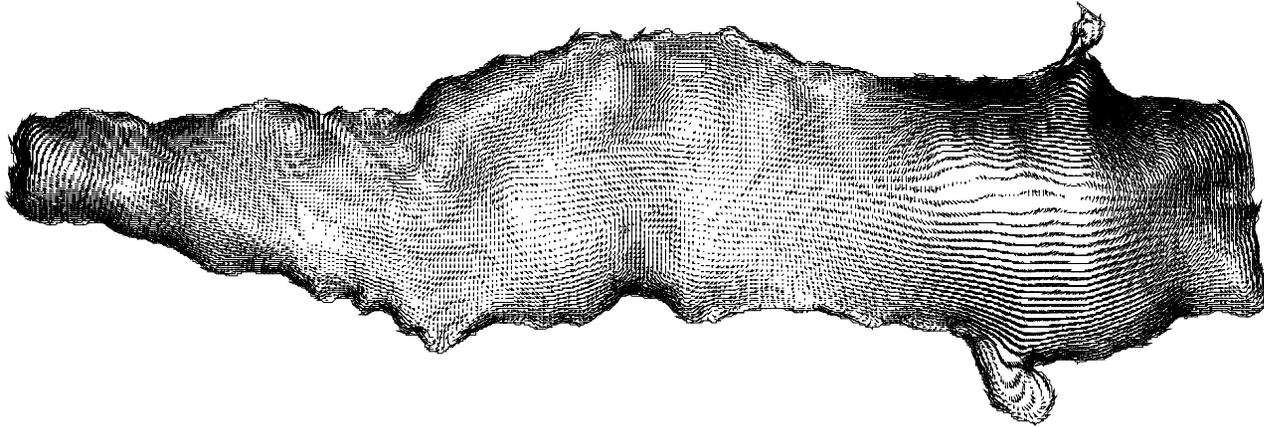
campo de velocidades obtenido para el viento del sureste de 3 m/s  
sobre una malla adaptiva de 145x28

---



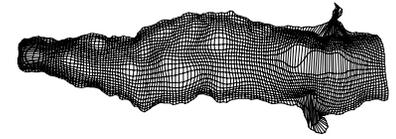
# Resultados numéricos

---



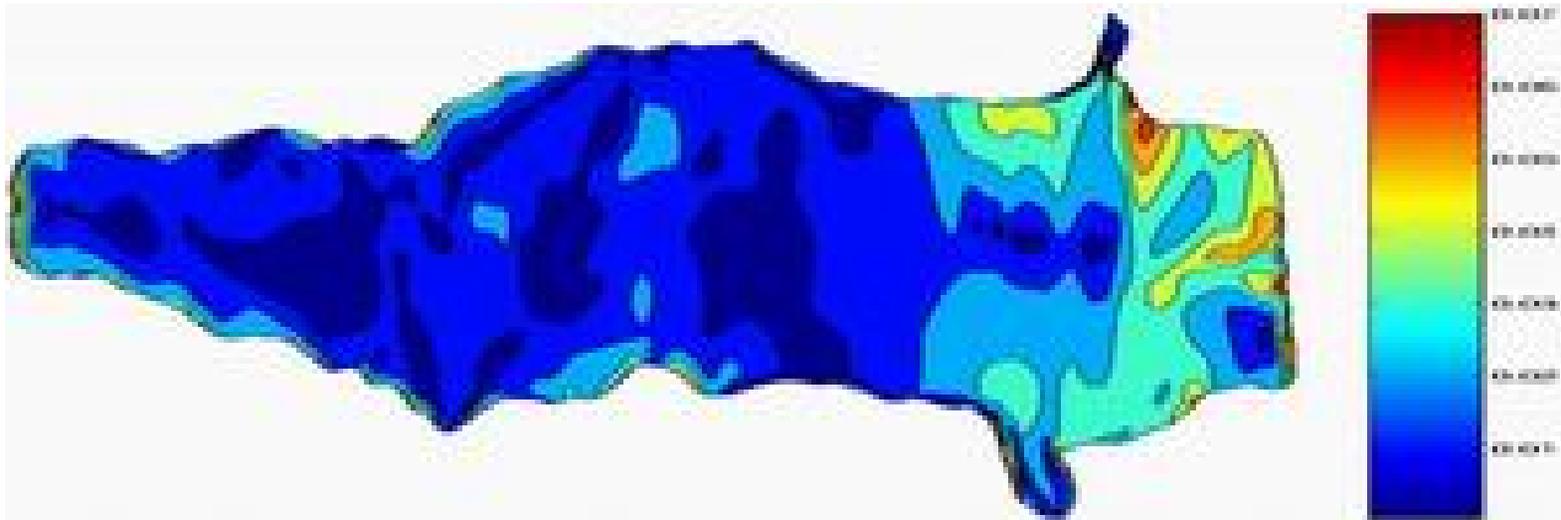
campo de velocidades obtenido para el viento del sureste de 3 m/s  
sobre una malla refinada de 289x55

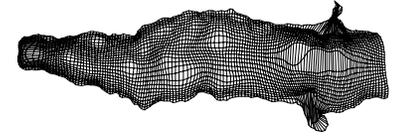
---



# Resultados numéricos

---





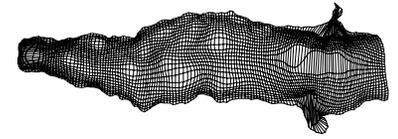
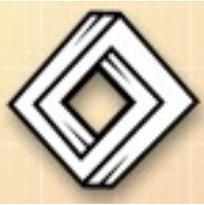
# Nivel del agua



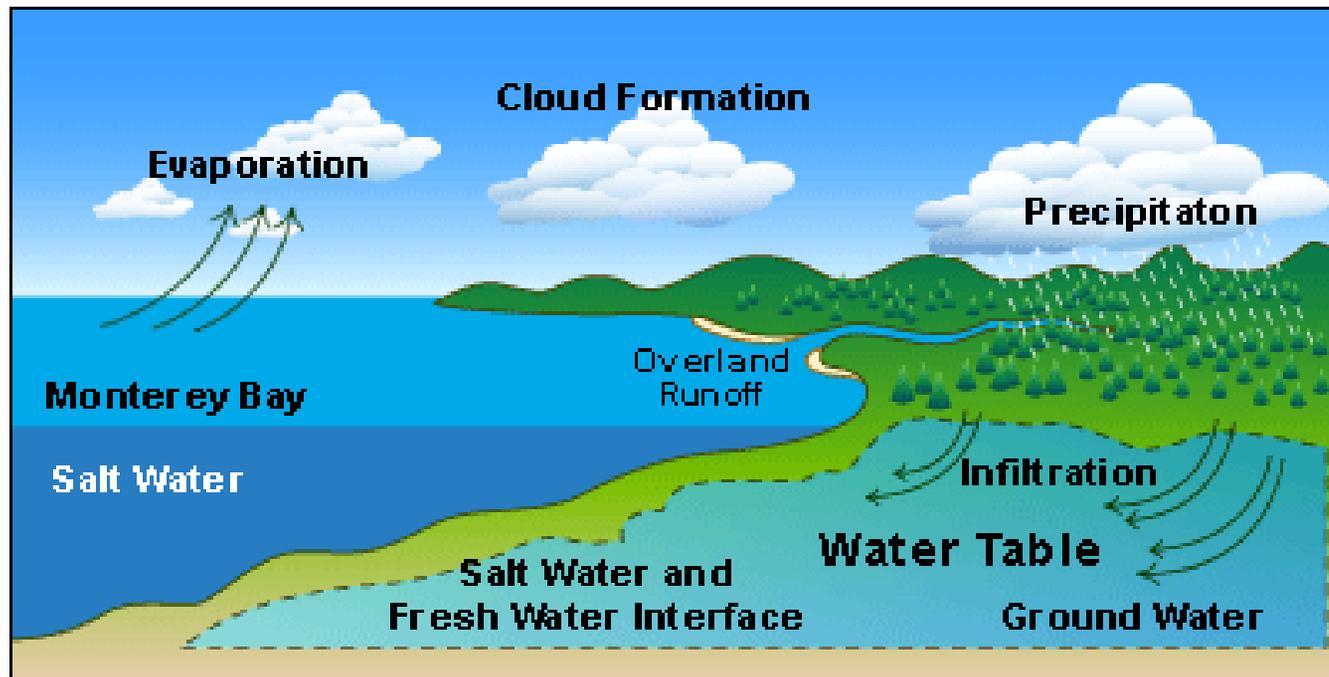
March 29, 2001

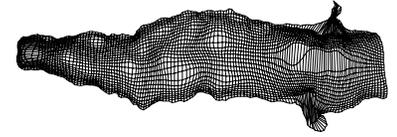
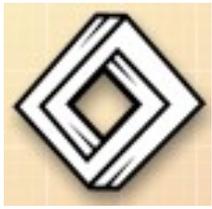


March 28, 1986



# Ciclo del agua





# Modelo del balance

---

$$V(t_1) = V(t_0) + Q_{in} - Q_{out}$$

$$Q_{in}(t) = \mathbf{L} + A(t) \mathbf{R}$$

$$Q_{out}(t) = \mathbf{S} + A(t) \mathbf{E}$$

con  $A(t)$  el área cubierta por agua al tiempo  $t$

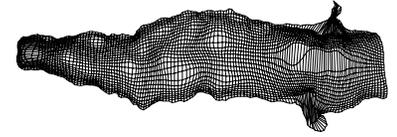
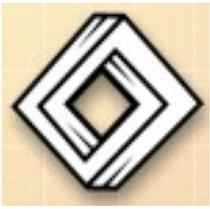
**L** Rio lerma

**S** Rio santiago

**R** Lluvia

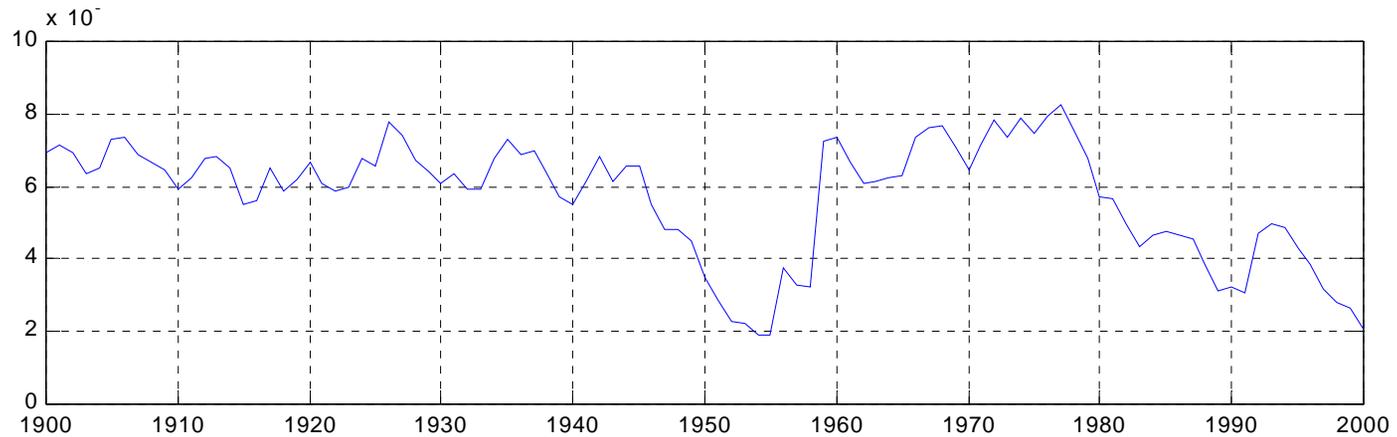
**E** Evaporación

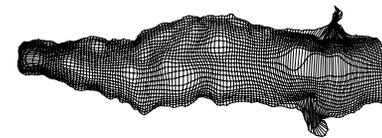
---



# Niveles anuales

---

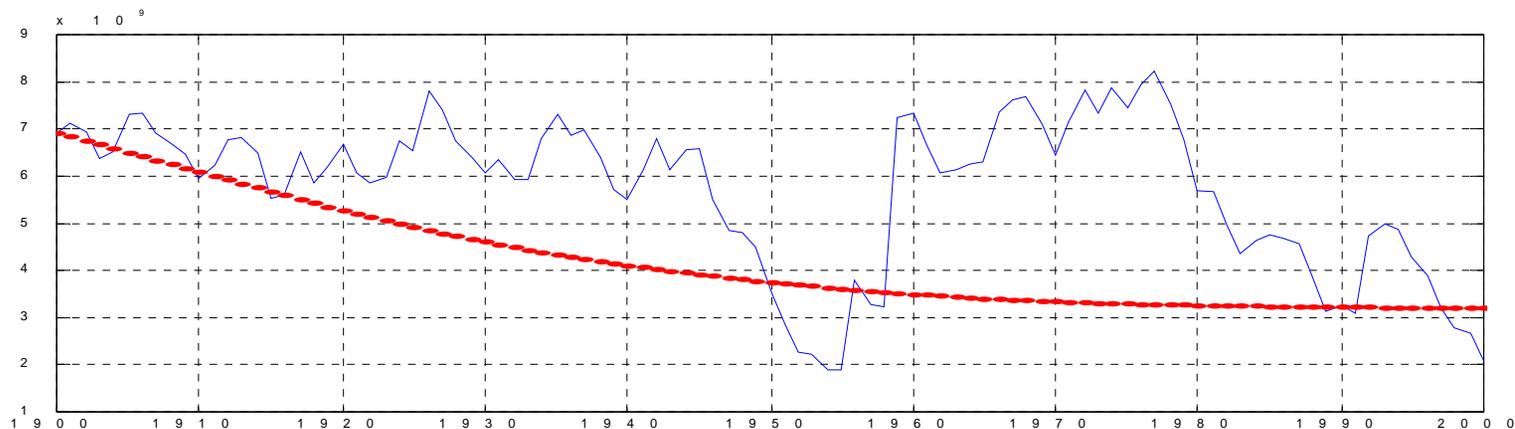


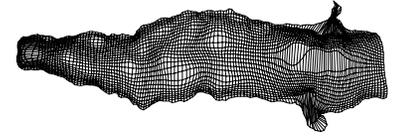
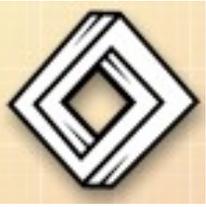


# Modelo original

Considerando

$$\mathbf{L} = 1.915, \mathbf{S} = 1.358, \mathbf{R} = .813, \mathbf{E} = 1.453$$





# Corrección del modelo

---

Definiendo

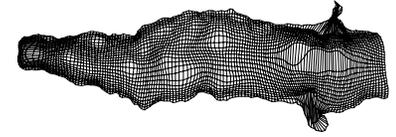
$$\mathbf{er}_1(t) = \delta_t - \Delta_t \text{ con } \Delta_t = \hat{n}_t - \hat{n}_{t-1} \text{ y } \delta_t = n_t - n_{t-1}$$

Error cometido en cada variación del nivel

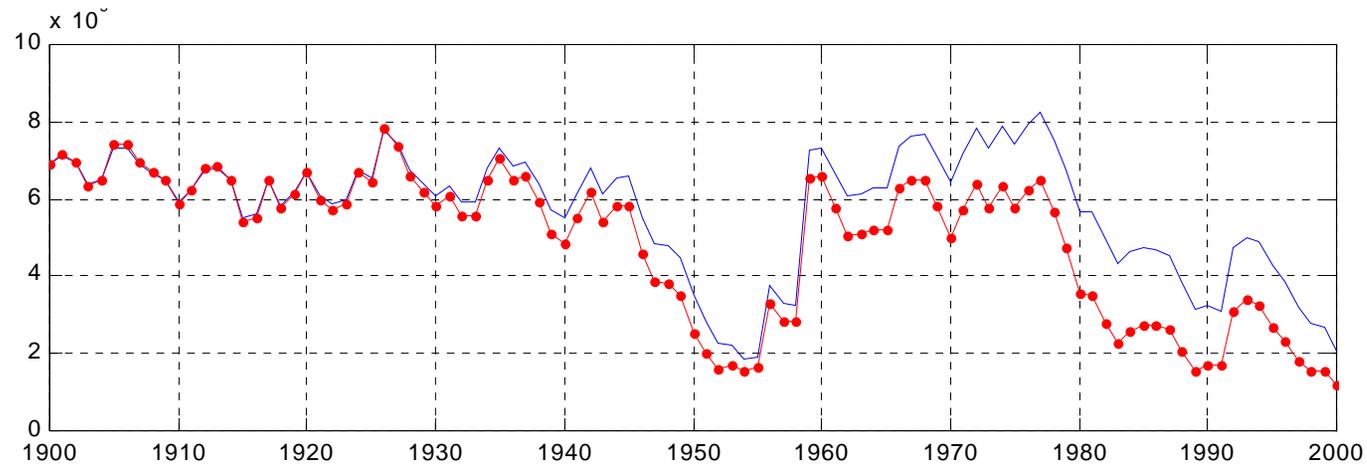
Corrección del modelo inicial

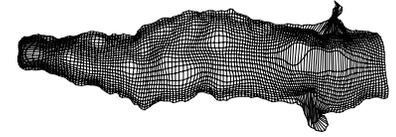
$$V_{i+1} = V_i + Q_{in} - Q_{out} + \mathbf{er}_1(t_{i+1})$$

---



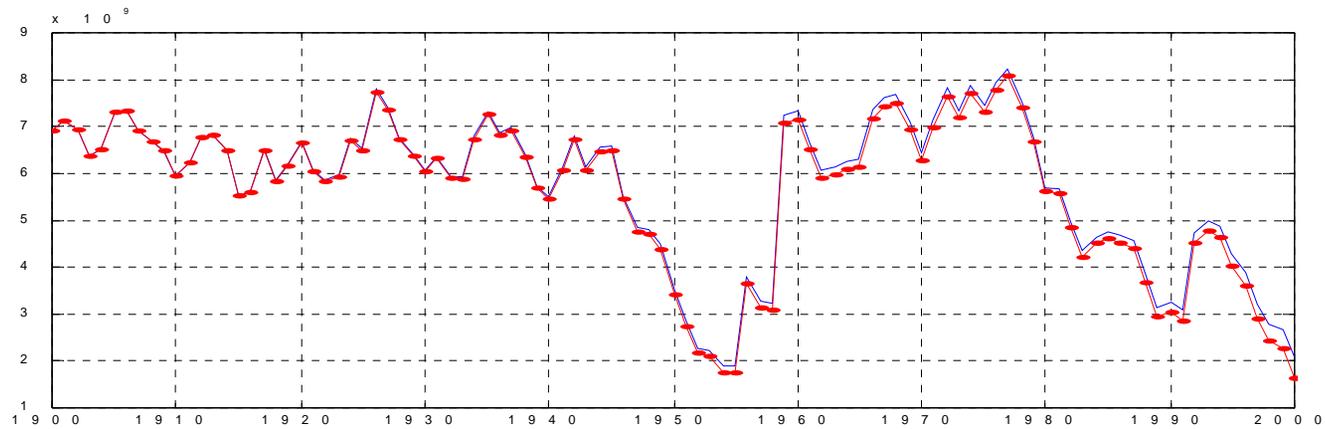
# Corrección del modelo

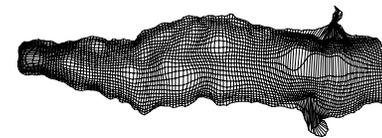




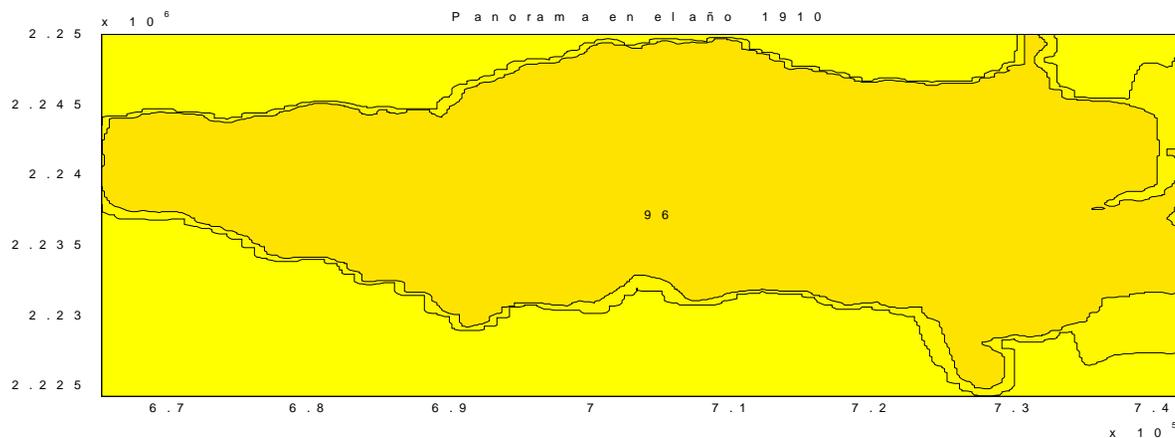
# Corrección del modelo

---

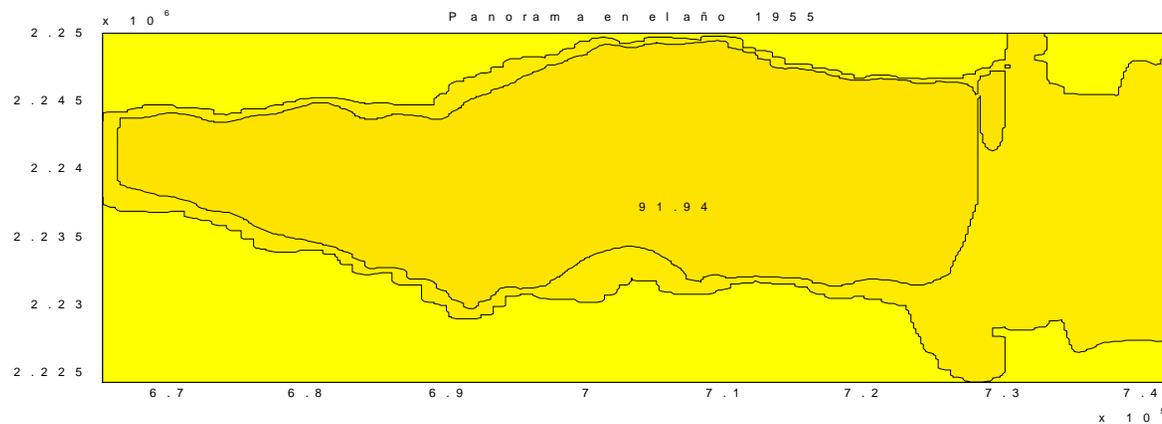




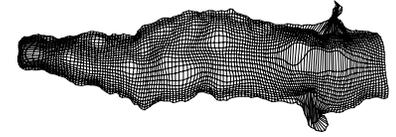
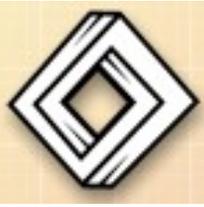
# Comparación de niveles



1994



2000



# Nivel actual

Recupera casi dos metros

## El Lago de Chapala ha alcanzado dos mil 992 mm<sup>3</sup>

El día de ayer el Lago de Chapala aumentó en la cota 93.28, con una recuperación de un metro con 98 centímetros en lo que va del actual temporal de lluvias. Esto, en volumen significa una recuperación de mil 655 millones de metros cúbicos (Mm<sup>3</sup>) de agua lo que supera el nivel mínimo alcanzado el pasado estiaje por 378 Mm<sup>3</sup>.

Chapala pasó de almacenar mil 307 Mm<sup>3</sup> a dos mil 992 Mm<sup>3</sup>, lo que hace que se encuentre con un nivel superior al alcanzado desde 1998, cuando llegó a acumular tres mil 370 Mm<sup>3</sup> de agua colocándose en la cota 93.67.

Por su parte, la Laguna de Yuriria en Guanajuato alcanzó ayer el máximo de su capacidad almacenando 188,260 Mm<sup>3</sup> de agua, colocándose así a 100.14% de su capacidad. Esto implica que los excedentes que libera la Presa de Solís, la de mayor capacidad en la Cuenca del Río Lerma, sean escurridos al Lago de Chapala.

Actualmente Solís se encuentra a 118% de su capacidad con un almacenamiento de 862 Mm<sup>3</sup> y sigue recibiendo escurrimientos de la Presa Tepuxtepec, que se encuentra a 154% de su capacidad, almacenando 501 Mm<sup>3</sup> de agua.

Por su parte, la Presa Ignacio Allende, en Guanajuato, sigue liberando agua para Chapala y se encuentra a 119% de su capacidad con un almacenamiento de 178,750 Mm<sup>3</sup>.

El total de almacenamiento promedio de las 11 presas más importantes de la Cuenca del Río Lerma es de 120.70% con un almacenamiento de dos mil 241 Mm<sup>3</sup> de agua.



• Chapala alcanza una recuperación no vista desde 1991.