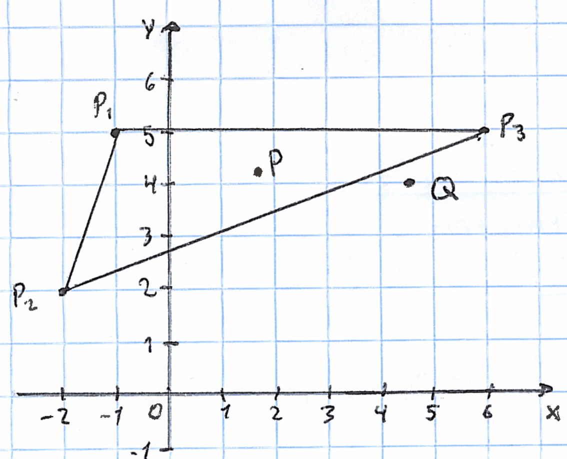
Ramírez García Miguel Ángel 07/10/2015

Trabajo 17

Problema 1. Tienen el triángulo formado por $P_1(-1,5)$, $P_2(-2,2)$ y $P_3(6,5)$. Si asociamos a cada punto las masas m_1, m_2 y m_3 respectivamente, calcule el punto de equilibrio

1. P si usamos $m_1=2$, $m_2=2$, $m_3=3$
2. Q si usamos $m_1=-1$, $m_2=2$, $m_3=5$
3. y R si usamos $m_1=-1$, $m_2=5$, $m_3=-3$.



Para encontrar los puntos P, Q y R lo hacemos de la sig. manera como hemos visto en clase.

$$\vec{P} = \frac{m_1\vec{P_1} + m_2\vec{P_2} + m_3\vec{P_3}}{m_1+m_2+m_3}$$

que esto es igual a

$$\vec{P} = \frac{2(-1,5)+2(-2,2)+3(6,5)}{7}$$

$$\vec{P} = \frac{(-2,10)+(-4,4)+(18,15)}{7}$$

$$\vec{P} = \frac{(12,29)}{7} = \left(\frac{12}{7},\frac{29}{7}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ P = \left(\frac{12}{7},\frac{29}{7}\right)}$$

De manera análoga para Q

$$\vec{Q} = \frac{m_1\vec{P_1} + m_2\vec{P_2} + m_3\vec{P_3}}{m_1+m_2+m_3}$$

$$\vec{Q} = \frac{-1(-1,5) + 2(-2,2) + 5(6,5)}{6}$$

$$\vec{Q} = \frac{(1,-5) + (-4,4) + (30,25)}{6}$$

$$\vec{Q} = \frac{(27,24)}{6} = \left(\frac{9}{2}, 4\right)$$

$$\boxed{\therefore\ Q = (9/2, 4)}$$

De manera análoga para R

$$\vec{R} = \frac{m_1\vec{P_1} + m_2\vec{P_2} + m_3\vec{P_3}}{m_1+m_2+m_3}$$

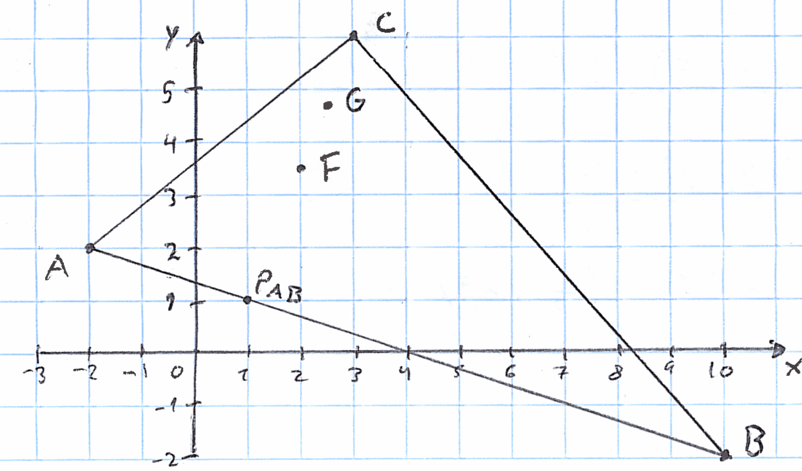
$$\vec{R} = \frac{-1(-1,5) + 5(-2,2) - 3(6,5)}{1}$$

$$\vec{R} = (1,-5) + (-10,10) + (-18,-15)$$

$$\vec{R} = (-27,-10)$$

$$\boxed{\therefore\ R = (-27,-10)}$$

Problema 2. Tienen el triángulo formado por $A(-2,2)$, $B(10,-2)$ y $C(3,6)$. Como se muestra en la figura de abajo. El punto P_{AB} divide el segmento $\overline{AB}$ en la razón 1:3. Sobre la ceviana $\overline{CP_{AB}}$ colocamos un punto G que la divide en la razón 1:3. Calcule las coordenadas baricéntrica de G y calcule el punto.



Ramírez García Miguel Ángel 07/10/2015

Ahora, sobre la ceviana $\overline{CP_{AB}}$ hay un punto F que divide al segmento en la razón 1:1. Calcule sus coordenadas baricéntrica y el punto F.

Sabemos por la razón que parte al segmento $\overline{AB}$ que $m_1 = 3K$ y $m_2 = 1K$, $K = cte. \neq 0$ buscaremos m_3 para encontrar al punto G. (tomamos a $K=1$ para fines prácticos).
También sabemos que $\vec{g} = \dfrac{1\vec{P_{AB}} + 3\vec{C}}{4}$

Al igual que $\vec{g} = \dfrac{m_1\vec{a} + m_2\vec{b} + m_3\vec{C}}{m_1 + m_2 + m_3} = \dfrac{3\vec{a} + 1\vec{b} + m_3\vec{C}}{4 + m_3}$

Despejando encontramos a $\vec{P_{AB}}$

$$\frac{(4+m_3)\vec{g} - m_3\vec{C}}{4} = \frac{3\vec{a} + 1\vec{b}}{4} = \vec{P_{AB}}$$

Ent.

$$\vec{P_{AB}} = \frac{(4+m_3)\vec{g} - m_3\vec{C}}{4}$$

Despejamos a $\vec{g}$

$$\vec{g} = \frac{4\vec{P_{AB}} + m_3\vec{C}}{4+m_3}$$

Comparando con lo anterior

$$\vec{g} = \frac{4\vec{P_{AB}} + m_3\vec{C}}{4+m_3} \quad y \quad \vec{g} = \frac{1\vec{P_{AB}} + 3\vec{C}}{4}$$

Por lo tanto $m_3 = 12K$
Ya encontrada m_3 regresamos a

$$\vec{g} = \frac{3\vec{a} + 1\vec{b} + 12\vec{C}}{16} = \frac{3(-2,2) + (10,-2) + 12(3,6)}{16}$$

$$\vec{g} = \frac{(-6,6) + (10,-2) + (36,72)}{16} = \frac{(40,76)}{16} = \left(\frac{5}{2}, \frac{19}{4}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ G = \left(\tfrac{5}{2}, \tfrac{19}{4}\right)}$$

De manera análoga seguimos con F

Sabemos que $\vec{F} = \dfrac{1\vec{P_{AB}} + 1\vec{c}}{2}$

Al igual que $\vec{F} = \dfrac{m_1\vec{a} + m_2\vec{b} + m_3\vec{c}}{m_1+m_2+m_3} = \dfrac{3\vec{a} + 1\vec{b} + m_3\vec{c}}{4+m_3}$

Despejando encontramos a $\vec{P_{AB}}$

$$\frac{(4+m_3)\vec{F} - m_3\vec{c}}{4} = \frac{3\vec{a} + 1\vec{b}}{4} = \vec{P_{AB}}$$

Ent.

$$\vec{P_{AB}} = \frac{(4+m_3)\vec{F} - m_3\vec{c}}{4}$$

Despejando a $\vec{F}$

$$\vec{F} = \frac{4\vec{P_{AB}} + m_3\vec{c}}{4+m_3}$$

Comparando con el anterior

$$\vec{F} = \frac{4\vec{P_{AB}} + m_3\vec{c}}{4+m_3} \quad y \quad \vec{F} = \frac{1\vec{P_{AB}} + 1\vec{c}}{2}$$

Por lo tanto $m_3 = 4$

Ya encontrado m_3 regresamos a

$$\vec{F} = \frac{m_1\vec{a} + m_2\vec{b} + m_3\vec{c}}{m_1+m_2+m_3} = \frac{3(-2,2) + (10,-2) + 4(3,6)}{8}$$

$$\vec{F} = \frac{(-6,6) + (10,-2) + (12,24)}{8} = \frac{(16,28)}{8} = \left(2, \tfrac{7}{2}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ F = \left(2, \tfrac{7}{2}\right)}$$

Ramírez García Miguel Ángel 07/10/2015

Problema 3. Para el triángulo formado por P(7,6), Q(2,2) y R(12,1) calcule las masas asociadas a esos puntos para que

1. A(6,3) se encuentre en equilibrio
2. B(4,0) se encuentre en equilibrio

Para encontrar las masas sabemos que

$$\vec{a} = \frac{m_1 \vec{P} + m_2 \vec{q} + m_3 \vec{r}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

ent.

$$(6,3) = \frac{m_1 (7,6) + m_2 (2,2) + m_3 (12,1)}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$(6,3) = \frac{(7m_1, 6m_1) + (2m_2, 2m_2) + (12m_3, m_3)}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$(6,3) = \left(\frac{7m_1 + 2m_2 + 12m_3}{m_1 + m_2 + m_3}, \frac{6m_1 + 2m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \right)$$

Donde tenemos el sig. sistema de ecuaciones

$$6 = \frac{7m_1 + 2m_2 + 12m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$3 = \frac{6m_1 + 2m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

y $m_1 = \frac{14}{45}$, $m_2 = \frac{20}{45}$, $m_3 = \frac{11}{45}$

de aquí podemos observar que las masas son $m_1 = 14K$, $m_2 = 20K$ y $m_3 = 11K$

De manera análoga lo hacemos con B

$$\vec{b} = \frac{m_1\vec{p} + m_2\vec{q} + m_3\vec{r}}{m_1+m_2+m_3}$$

ent.

$$(4,0) = \frac{m_1(7,6) + m_2(2,2) + m_3(12,1)}{m_1+m_2+m_3}$$

$$(4,0) = \frac{(7m_1, 6m_1) + (2m_2, 2m_2) + (12m_3, m_3)}{m_1+m_2+m_3}$$

$$(4,0) = \left(\frac{7m_1 + 2m_2 + 12m_3}{m_1+m_2+m_3}, \frac{6m_1 + 2m_2 + m_3}{m_1+m_2+m_3}\right)$$

Donde tenemos el sig. sist. de ecuaciones

$$4 = \frac{7m_1 + 2m_2 + 12m_3}{m_1+m_2+m_3}$$

$$0 = \frac{6m_1 + 2m_2 + m_3}{m_1+m_2+m_3}$$

y $m_1 = -\frac{2}{5}$, $m_2 = \frac{5}{5}$, $m_3 = \frac{2}{5}$

de aquí podemos observar que las masas son $m_1 = -2K$, $m_2 = 5K$, $m_3 = 2K$