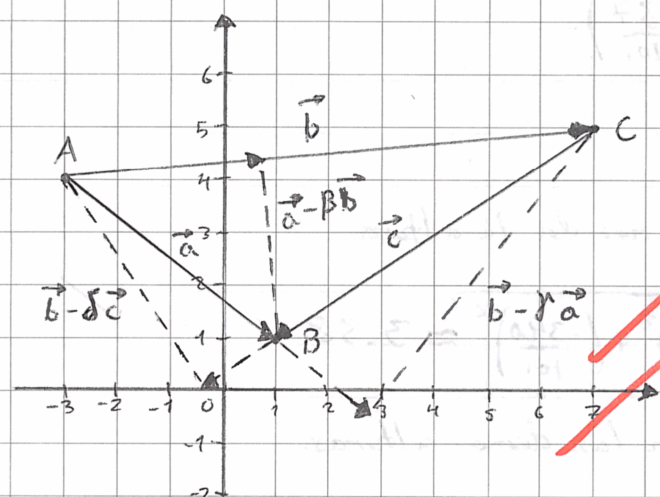
Ramírez García Miguel Ángel — 23/09/2015

Trabajo 14

Problema 1. Usando el producto interior entre vectores, calcule las alturas para el triángulo ΔABC formado por $A(-3,4)$, $B(1,1)$ y $C(7,5)$.

10



muy bien!

Para encontrar las alturas del ΔABC primero debemos encontrar $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ que son:

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = (1,1)-(-3,4) = (4,-3)$$
$$\vec{b} = \overrightarrow{AC} = (7,5)-(-3,4) = (10,1)$$
$$\vec{c} = \overrightarrow{CB} = (1,1)-(7,5) = (-6,-4)$$

Teniendo los vectores, lo sig. es calcular los vectores ortogonales a las proyecciones de los vectores $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{a}$ y $\delta\vec{c}$, ya que la magnitud de los vectores ortogonales son las alturas del ΔABC.

Empecemos con uno, como ya se había visto en clase, uno de los vectores ortogonales sería $\vec{a}-\beta\vec{b}$

Qué es igual a:

$$\vec{a}-\beta\vec{b} = \vec{a} - \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\|\vec{b}\|^2}\cdot\vec{b}$$

$$= (4,3) - \left(\frac{(4,-3)\cdot(10,1)}{(10^2+1^2)}\right)\cdot(10,1)$$

$$= (4,-3) - \left(\frac{40+(-3)}{101}\right) \cdot (10,1)$$

$$= (4,-3) - \left(\frac{37}{101}\right) \cdot (10,1)$$

$$= (4,-3) - \left(\frac{370}{101}, \frac{37}{101}\right)$$

$$\vec{a} - \beta\vec{b} = \left(\frac{34}{101}, \frac{-340}{101}\right)$$

Sacando la magnitud de $\vec{a} - \beta\vec{b}$ nos da la altura

$$\|\vec{a} - \beta\vec{b}\| = \sqrt{\left(\frac{34}{101}\right)^2 + \left(\frac{-340}{101}\right)^2} \approx 3.38$$

De manera semejante se hace con las demas alturas.

análoga

$$\vec{b} - \gamma\vec{a} = \vec{b} - \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\|\vec{a}\|^2} \cdot \vec{a} \quad ; \quad \text{donde } \gamma\vec{a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\|\vec{a}\|^2} \cdot \vec{a}$$

$$= (10,1) - \left(\frac{(4,-3)\cdot(10,1)}{\|(4,-3)\|^2}\right) \cdot (4,-3)$$

$$= (10,1) - \left(\frac{37}{25}\right) \cdot (4,-3)$$

$$= (10,1) - \left(\frac{148}{25}, -\frac{111}{25}\right)$$

$$\vec{b} - \gamma\vec{a} = \left(\frac{102}{25}, \frac{136}{25}\right)$$

Calculando la magnitud de $\vec{b} - \gamma\vec{a}$

$$\|\vec{b} - \gamma\vec{a}\| = \sqrt{\left(\frac{102}{25}\right)^2 + \left(\frac{136}{25}\right)^2} \approx 6.8$$

CLAVE 1232

pcform

Ramírez García Miguel Ángel 23/09/2015

Ahora con

$$\vec{b}-\delta\vec{c}=\vec{b}-\frac{\vec{c}\cdot\vec{b}}{\|\vec{c}\|^2}\cdot\vec{c} \quad ; \text{ donde } \delta\vec{c}=\frac{\vec{c}\cdot\vec{b}}{\|\vec{c}\|^2}\cdot\vec{c}$$

$$=(10,1)-\left(\frac{(-6,-4)\cdot(10,1)}{(-6,-4)\cdot(-6,-4)}\right)\cdot(-6,-4)$$

$$=(10,1)-\left(\frac{-64}{52}\right)\cdot(-6,-4)$$

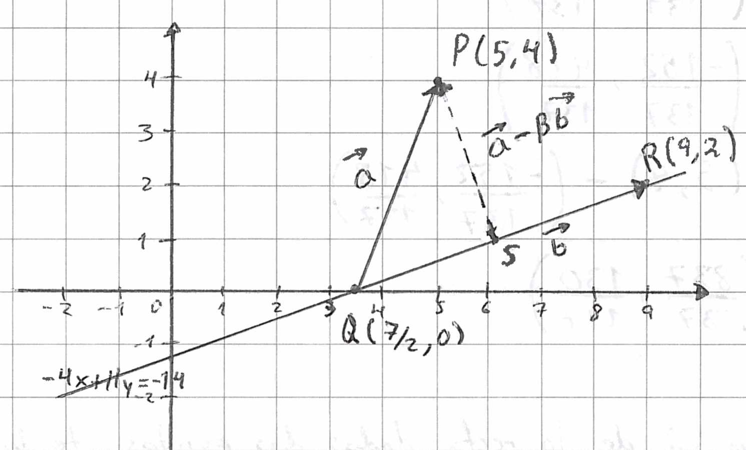
$$=(10,1)-\left(\frac{96}{13},\frac{64}{13}\right)$$

$$\vec{b}-\delta\vec{c}=\left(\frac{34}{13},-\frac{51}{13}\right)$$

Calculando la magnitud de $\vec{b}-\delta\vec{c}$

$$\|\vec{b}-\delta\vec{c}\|=\sqrt{\left(\frac{34}{13}\right)^2+\left(-\frac{51}{13}\right)^2}\approx 4.71$$

Problema 2. Usando el producto interior entre vectores calcule una recta ortogonal a $-4x+11y=-14$, y que pase por el punto $P(5,4)$



Tenemos $P(5,4)$ y elegimos dos puntos sobre la recta Q y R donde sabemos sus coordenadas, $Q(7/2,0)$ y $R(9,2)$, ahora calculamos los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$

CLAVE 1232 pcform

$\vec{a} = \overrightarrow{QP} = (5,4) - (7/2, 0) = (3/2, 4)$
$\vec{b} = \overrightarrow{QR} = (9,2) - (7/2, 0) = (11/2, 2)$

Teniendo estos vectores podemos calcular el vector ortogonal $(\overrightarrow{SP})$ de $\vec{b}$

Entonces:

$$\overrightarrow{SP} = \vec{a} - \beta\vec{b} = \vec{a} - \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\|\vec{b}\|^2}\cdot\vec{b}$$

$$= (3/2, 4) - \left(\frac{(3/2,4)\cdot(11/2,2)}{\|(11/2,2)\|^2}\right)\cdot(11/2, 2)$$

$$= (3/2, 4) - \left(\frac{65/4}{137/4}\right)\cdot(11/2, 2)$$

$$= (3/2, 4) - \left(\frac{715}{274}, \frac{130}{137}\right)$$

$$\overrightarrow{SP} = \left(\frac{-152}{137}, \frac{418}{137}\right)$$

Ahora encontremos las coordenadas del punto S

$$\overrightarrow{SP} = \vec{p} - \vec{s} = \left(-\frac{152}{137}, \frac{418}{137}\right)$$

$$(5,4) - \vec{s} = \left(-\frac{152}{137}, \frac{418}{137}\right)$$

$$\vec{s} = (5,4) - \left(-\frac{152}{137}, \frac{418}{137}\right)$$

$$\vec{s} = \left(\frac{837}{137}, \frac{130}{137}\right)$$

Ahora recordando la ecuación de la recta dados dos puntos, tendremos que calcular la pendiente de P a S.

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{4 - \frac{130}{137}}{5 - \frac{837}{137}} = -\frac{11}{4}$$

CLAVE 1232

Ramírez García Miguel Ángel 23/09/2015

Por lo tanto tienen pendiente $-\frac{11}{4}=m$

Ahora tenemos que

$$(y-y_1)=m(x-x_1)$$

Que podemos escribirlo como

$$(y-4)=-\frac{11}{4}(x-5)$$

Ok

Tomando a $P(5,4)$.

Por lo tanto la ecuación de la recta que pasa por $P(5,4)$ es

$$-11x-4y=-71$$

Comprobando con lo que vimos la clase anterior tenemos

$$-4x+11y=-14$$

Ent. su recta perpendicular sería

$$(-4,11)\cdot(x,y)+14=0$$

$$(-11,-4)\cdot(x,y)+14=0$$

$$(-11,-4)\cdot\left(\frac{837}{137},\frac{130}{137}\right)+14=0$$

$$(-11,-4)\cdot\left(\left(\frac{837}{137},\frac{130}{137}\right)-(x,y)\right)=0$$

$$\Rightarrow -\frac{9207}{137}+11x+\left(-\frac{520}{137}\right)+4y=0$$

$$\Rightarrow 11x+4y-71=0$$

CLAVE 1232
pcform