Veneziani Pasin Friggi Rodrigues, Victório

Geometria Analítica I Trabajo 10 Prof: Pablo Barrera.

Problema 1: Dados $P(-3,1)$ y $Q(0,0)$

a) muestra que $R(3,3)$ no es colineal a los anteriores.

Suponiendo que sí lo sea, entonces; podemos decir que

$\overrightarrow{PR} = \alpha \overrightarrow{PQ}$

$(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OR}) = \alpha(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ})$

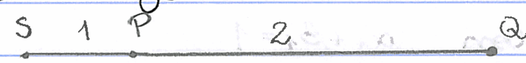
$(-3,1) - (3,3) = \alpha[(-3,1) - (0,0)]$

$(-6,-2) = \alpha(-3,1)$

Entonces, $\alpha = -2$ y $\alpha = 2$! $\Rightarrow$ Como hay diferentes valores para α, el punto R no es colineal.

b) calcule un punto S de manera que divida al segmento $\overline{PQ}$ en la razón $r = -.5$

$\dfrac{PS}{PQ} = -\dfrac{1}{2}$



De la construcción, $\overrightarrow{SP} = \beta \overrightarrow{PQ}$ con $\beta = 1/3$

$\overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OP} = \beta(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ})$

$\vec{s} = (1+\beta)\vec{p} - \beta\vec{q}$

$\vec{s} = 4/3(-3,1) - 1/3(0,0)$

$\vec{s} = (-4, 4/3)$

c) Tres puntos son colineales $P(x_p, y_p)$, $Q(x_q, y_q)$ y $R(x_r, q_r)$ si y sólo si el determinante

$$\det(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}) = \begin{vmatrix} x_q - x_p & x_r - x_p \\ y_q - x_p & y_r - y_p \end{vmatrix} \text{ es cero.}$$

P.D. $(x_q - x_p)(y_r - y_p) - (x_r - x_p)(y_q - y_p) = 0$

$\Rightarrow$) P, Q y R son colineares, entonces $\overrightarrow{PQ} = \alpha \overrightarrow{PR}$

de tal manera que $x_q - x_p = \alpha(x_r - x_p)$ y $y_q - y_p = \alpha(y_r - y_p)$

$(x_q - x_p) \cdot (y_r - y_p) = \alpha(x_r - x_p)(y_q - y_p) \cdot 1/\alpha = (x_r - x_p)(y_q - y_p)$.

$(x_q - x_p)(y_r - y_p) - (x_r - x_p)(y_q - y_p) = 0$.

$\Leftarrow$) El determinante es cero., $(x_q - x_p)(y_r - y_p) - (x_r - x_p)(y_q - y_p) = 0$

$\dfrac{(x_q - x_p)(y_r - y_p)}{(x_r - x_p)(y_r - y_p)} = \dfrac{(x_r - x_p)(y_q - y_p)}{(x_r - x_p)(y_r - y_p)}$ dividiendo ambos por $(x_r - x_p)(y_r - y_p)$ con $x_r \neq x_p$ y $y_r \neq y_p$

$\dfrac{x_q - x_p}{x_r - x_p} = \dfrac{y_q - y_p}{y_r - y_p} = $ constante β

Entonces: $x_q - x_p = \beta(x_r - x_p)$ y $y_q - y_p = \beta(y_r - y_p)$

esto quiere decir que PQ es paralelo a $PR \Rightarrow P, Q$ y R son colineales.

Problema 2: $A(-1,4)$, $B(6,-3)$ y $C(3,0)$

a) Muestre que esos puntos están alineados.

Sup. que están alineados, puedo decir que:

$$\vec{AC} = \alpha \cdot \vec{AB}$$

$$\vec{c} - \vec{a} = \alpha(\vec{b} - \vec{a})$$

$$\vec{c} = (1-\alpha)\vec{a} + \alpha\vec{b}$$

$$(3,0) = (\alpha - 1, 4-4\alpha) + (6\alpha, -3\alpha)$$

$\alpha - 1 + 6\alpha = 3 \Rightarrow 7\alpha = 4$ $\boxed{\alpha = 4/7}$

$4 - 4\alpha - 3\alpha = 0 \Rightarrow 4 = 7\alpha$ $\boxed{\alpha = 4/7}$

Como α solo tiene un valor los puntos están alineados.

b) Ahora calcule el punto C en la forma $\vec{c} = \alpha_1 \vec{a} + \beta_1 \vec{b}$ con $\alpha_1 + \beta_1 = 1$

La recta que pasa por A y B puede ser descrita como $P(\alpha) = (1-\alpha)A + \alpha B$

entonces: $C = (1-\alpha)A + \alpha B$, por el inciso (a) del mismo problema $\boxed{\alpha = 4/7}$

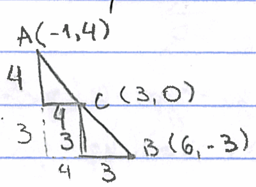
De ahí,

$$\vec{c} = (1-\alpha)\vec{a} + \alpha\vec{b}$$

$$C = \frac{3}{7} A + \frac{4}{7} B \qquad \alpha_1 = \frac{3}{7} \text{ y } \beta_1 = \frac{4}{7}$$

c) Ahora calcule $d(A,C)$ y $d(C,B)$ y $d(A,B)$.

Compare $\frac{d(A,C)}{d(A,B)}$, $\frac{d(C,B)}{d(A,B)}$ con α_1 y β_1.



$d(A,C) = 4\sqrt{2}$

$d(C,B) = 3\sqrt{2}$

$d(A,B) = 7\sqrt{2}$

$$* \ \frac{d(A,C)}{d(A,B)} = \frac{4\sqrt{2}}{7\sqrt{2}} = \frac{4}{7} = \beta_1$$

$$* \ \frac{d(C,B)}{d(A,B)} = \frac{3\sqrt{2}}{7} = \frac{3}{7} = \alpha_1$$