Geometría Analítica I

TRABAJO 8

Prof. Pablo Barrera Martes 3 de marzo, 2015

En clase se habló de construir transformaciones a partir de dos rectas, digamos

$$\mathcal{L}_1 : \quad \alpha_1 x + \beta_1 y + c_1 = 0$$

y

$$\mathcal{L}_2 : \quad \alpha_2 x + \beta_2 y + c_2 = 0$$

usando

$$x' = \alpha_1 x + \beta_1 y + c_1$$
$$y' = \alpha_2 x + \beta_2 y + c_2$$

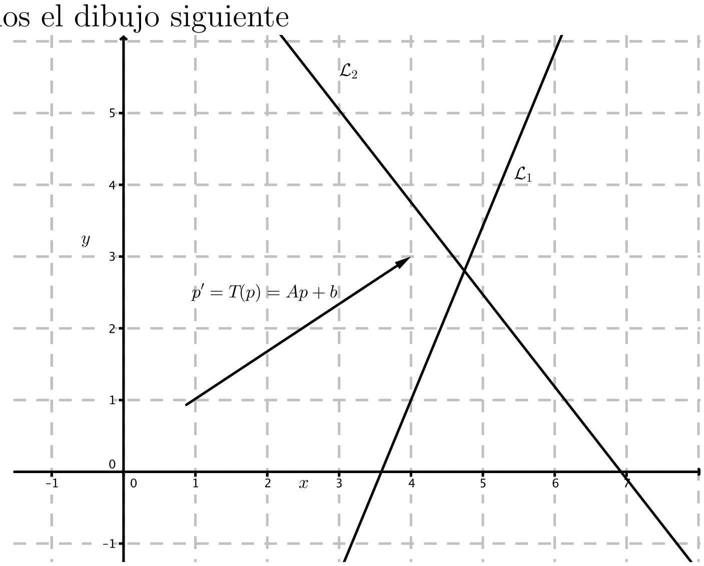
lo cual puede ser escrito en forma matricial como

$$p' = Ap + b$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{pmatrix}; \qquad b = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

Si observamos el dibujo siguiente



es posible obsevar que en el nuevo sistema coordenado formado por las rectas $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$ un punto sobre el eje de las x' (que tiene ordenada cero) se encuentra sobre la recta $\mathcal{L}_2$, y un punto sobre el eje y' (que tiene abscisa 0) se encuentra sobre la recta $\mathcal{L}_1$.

Si nuestro interés es observar desde qué punto $p(x, y)$ proviene $p'(x', y')$ debemos resolver el sistema

$$Ap = p' - b$$

Por ejemplo, si deseamos saber desde que punto proviene $p'(1, 1)$ debemos resolver para p el sistema

$$Ap = p' - b = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{pmatrix} p = \begin{pmatrix} 1 - c_1 \\ 1 - c_2 \end{pmatrix}$$

Problema 1: Sugiera dos rectas $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$ en el plano que no sean ortogonales. Calcule la transformación

$$p' = T(p) = Ap + b$$

y calcule la transformación inversa

$$p = A^{-1}p' - A^{-1}b$$

En el sistema oblicuo (el formado por las rectas) calcule la norma del vector $v' = (1, 1)$.y calcule el vector v del cual proviene y la norma de este último en el sistema usual (x, y).

Diga de qué recta proviene $x' + 4y' - 1 = 0$.

Problema 2: Sugiera dos rectas $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$ en el plano que sean ortogonales. Calcule la transformación ortogonal

$$p' = T(p) = Qp + b$$

y calcule la transformación inversa

$$p = Q^{-1}p' - Q^{-1}b$$

En el sistema ortogonal elegido (el formado por las rectas) calcule la norma del vector $v' = (1, 1)$.y calcule el vector v del cual proviene y la norma de este último en el sistema usual (x, y).

Diga de qué recta proviene $x' + 4y' - 1 = 0$.

Fecha de entrega: Jueves 5 de marzo, 2015