Geometría Analítica II

Tarea–Examen 2

Profesor: Pablo Barrera Viernes 13 de marzo de 2015

Problema único: Usando `geogebra` construya una elipse y una hipérbola. Cada uno de ustedes definen los 5 puntos, le indican a `geogebra` les calcule la ecuación de la cónica en la forma

$$\alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2 + \epsilon x + \delta y + \gamma = 0$$

De igual manera construyan una parábola sobre el plano con un punto y una recta (que es el caso simple para formar la parábola), la recta no puede ser paralelo a los ejes coordenados

Para cada cónica

a) Describa en notación matricial la ecuación de segundo orden obtenida

b) Calcule el centro mediante la transformación

$$p = p_0 + \tilde{p}$$

c) Calcule la ecuación de la cónica transformada a su centro la cual tiene la forma

$$\tilde{p}^t A \tilde{p} + \tilde{\gamma} = 0$$

recuerde que para esto debe resolver $Ap_0 = -b$

d) Resuelva el problema de valores propios-vectores propios

$$Au = \lambda u$$

e) Construya las matrices de simetría

$$S_1, \qquad S_2$$

f) Calcule la matriz Q de manera que la transformación

$$\tilde{p} = Q\hat{p}$$

transforma la ecuación

$$\tilde{p}^t A \tilde{p} + \tilde{\gamma} = 0$$

a

$$\hat{p}^t D \hat{p} + \hat{\gamma} = 0$$

donde D es matriz diagonal. Quién es la matriz Q y quién es la matriz D.

g) Calcule el tamaño de los semi ejes.

El caso de la parábola es particular. No tiene centro o tiene una infinidad si se trata de dos rectas. Esto significa que no es posible resolver

$$Ap_0 = -b$$

y por tanto no podemos eliminar los términos lineales, con ello debemos conservarlos en los siguientes pasos. Ahora bien si resolvemos

$$Au = \lambda u$$

obtendrán que un valor de λ es cero, pero el otro no lo es. Así, que para el valor que no es cero digamos λ_1 construyamos un vector u de manera que

$$(A - \lambda_1 I)u = 0$$

recuerde que son dos rectas paralelas, basta resolver u para una de ellas. El vector obtenido debe ser diferente de cero, ahora para construir el otro vector v pues construya uno que sea ortogonal al vector u y con esos dos forme las matrices de simetría y las matriz Q (no olvide que u y v deben de estar normalizados).

Como no hemos podido remover los términos lineales al usar directamente la transformación

$$p = Q\hat{p}$$

tendremos

$$\hat{p}^t D \hat{p} + 2b^t Q \hat{p} + \gamma = 0$$

recuerde que uno de los elementos sobre la diagonal es cero, luego solamente tendrá un término cuadrático y los otros lineales, vuelva a la forma escalar complete cuadrados para una de las variables y grafique.
Fecha de entrega: Miércoles 18 de marzo de 2015.