Guadarrama Rodríguez Vanesa ok

está bien!

$-3x+y+9$

Problema 1.

Sugiera dos rectas $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$ en el plano que no sean ortogonales.
Calcule la tranformación:
$$p' = T(p) = Ap+b$$
y calcule la transformación inversa
$$p = A^{-1}p' - A^{-1}b$$
En el sistema oblicuo (el formado por las rectas) calcule la norma del vector $v'=(1,1)$ y calcule el vector v del cual proviene y la norma de este último en el sistema usual (x,y)
Diga de qué recta proviene
$$x'+4y'-1=0$$

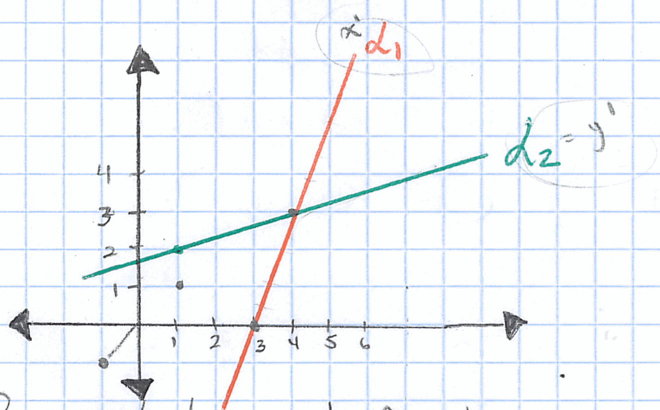
* Calcular $p' = T(p) = Ap+b$

Sean dos rectas no ortogonales:

$\mathcal{L}_1 : -3x+y=-9$

y

$\mathcal{L}_2 : -x+3y=5$



Para calcular $p' = Ap+b \ldots$
usando:
$$x' = -3x+y=-9$$
$$y' = -x+3y=5$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x' = -3x+y+9 \\ y' = -x+3y-5 \end{cases}$$

10

es necesario ~~[illegible]~~ 28

ok

Tenemos:
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Sea $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $b = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}$

$$\therefore p' = Ap+b$$
$$= \boxed{p' = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} p + \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}}$$

* Calcular $\boxed{p = A^{-1}p' - A^{-1}b}$

Para sacar A^{-1}
$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$$
$$= \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

donde $\det(A) = (-3)(3)-(-1)(1)$
$= -9+1$
$= -8$

$$\therefore A^{-1} = -\frac{1}{8}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$
$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}$$

Tenemos que $b = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}$

Calculando $-A^{-1}b$
$$-A^{-1}b = \begin{pmatrix} -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$y' = \frac{1-x}{4}$

$\therefore\ p = A^{-1}p' + A^{-1}b$

$\Rightarrow \boxed{p = \begin{pmatrix} -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix} p' + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}}$

* Calcular la norma del vector $v' = (1,1)$ en el sistema oblicuo

$\|v'\| = \sqrt{2}$

* Calcular... punto del cual proviene (1,1)

$p = \begin{pmatrix} -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

$p = \begin{pmatrix} \frac{15}{4} \\ \frac{13}{4} \end{pmatrix}$ es el punto en el plano normal x, y

punto de intersección de $x', y' = (4,3)$

$v = (4,3) - \left(\frac{15}{4}, \frac{13}{4}\right) = \left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$

$\therefore\ v = \left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$

* Calcular el vecto v del cual proviene. y su norma

$\therefore\ \|v\| = \sqrt{\frac{1}{8}}$

$\|v\| \neq \|v'\|$ esto es que la longitud de ambos vectores son diferentes, lo cual implica que la escala no se preserva.

* Diga de qué recta proviene $x' + 4y' - 1 = 0$

Sea $x' = -3x + y + 9$
$y' = -x + 3y - 5$

$x' + 4y' - 1 = 0$

$(-3x + y + 9) + 4(-x + 3y - 5) - 1 = 0$

$-3x + y + 9 - 4x + 12y - 20 - 1 = 0$

$\boxed{-7x + 13y - 12 = 0}$

recta de la que proviene $x' + 4y' - 1 = 0$

Problema 2

Sugiera dos rectas $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ en el plano que sean ortogonales. Calcule la transformación ortogonal

$$p' = T(p) = Qp + b$$

y calcule la transformación inversa $p = Q^{-1}p' - Q^{-1}b$

En el sistema ortogonal elegido (formado por las rectas) calcule la norma del vector $v' = (1,1)$ y calcule el vector v del cual proviene y la norma de este último en el sistema usual (x,y)

Diga de qué recta proviene

$$x' + 4y' - 1 = 0$$

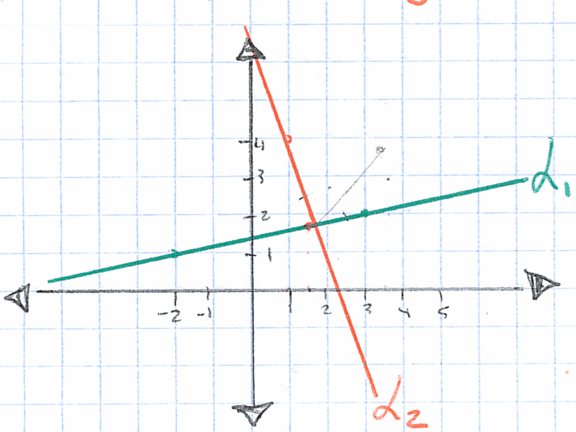
bien!

* Calcular $p' = T(p) = Qp + b$

Sean dos rectas ortogonales:

$\mathcal{L}_1 : -x + 5y - 7 = 0$

y $\mathcal{L}_2 : -5x - y + 9 = 0$



Sea

$$x' = -x + 5y - 7$$
$$y' = -5x - y + 9$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 \\ +9 \end{pmatrix}$$

Para que la matriz sea ortogonal tomamos al vector $a = (-1, 5)$, normalizando...

$$\|a\| = \sqrt{(-1)^2 + (5)^2} = \sqrt{26}$$

así que queda:

$$\boxed{p' = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{26}} & \frac{5}{\sqrt{26}} \\ -\frac{5}{\sqrt{26}} & -\frac{1}{\sqrt{26}} \end{pmatrix} p + \begin{pmatrix} -\frac{7}{\sqrt{26}} \\ \frac{9}{\sqrt{26}} \end{pmatrix} \qquad x' = -x + 5y - 7 \qquad y' = \frac{-5x - y + 9}{\sqrt{26}}}$$

en donde $Q = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{26}} & \frac{5}{\sqrt{26}} \\ -\frac{5}{\sqrt{26}} & \frac{1}{\sqrt{26}} \end{pmatrix}$

y $b = \begin{pmatrix} -\frac{7}{\sqrt{26}} \\ \frac{9}{\sqrt{26}} \end{pmatrix}$

* Calcular $p = Q^{-1}p' - Q^{-1}b$

$$\det(Q) = \left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right) - \left(\frac{5}{\sqrt{26}}\right)\left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right)$$
$$= \frac{1}{26} + \frac{25}{26} = 1$$

$$\therefore Q^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{26}} & -\frac{5}{\sqrt{26}} \\ \frac{5}{\sqrt{26}} & -\frac{1}{\sqrt{26}} \end{pmatrix}$$

Calculando $-Q^{-1}b$

$$-Q^{-1}b = -\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{26}} & -\frac{5}{\sqrt{26}} \\ \frac{5}{\sqrt{26}} & -\frac{1}{\sqrt{26}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{7}{\sqrt{26}} \\ \frac{9}{\sqrt{26}} \end{pmatrix}$$

$$-Q^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{19}{13} \\ \frac{22}{13} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\therefore\ p = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{26}} & -\frac{5}{\sqrt{26}} \\ \frac{5}{\sqrt{26}} & -\frac{1}{\sqrt{26}} \end{pmatrix} p' + \begin{pmatrix} \frac{19}{13} \\ \frac{22}{13} \end{pmatrix}}$$

* Calcular las normas del vector $v' = (1,1)$ en el sistema oblicuo.

Calcular 1.- $\|v'\| = \sqrt{2}$

Vector v 2.- Dónde se encuentra $(1,1)$

$$p = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{26}} & -\frac{5}{\sqrt{26}} \\ \frac{5}{\sqrt{26}} & -\frac{1}{\sqrt{26}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{19}{13} \\ \frac{22}{13} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{26}} \\ \frac{5}{\sqrt{26}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{5}{\sqrt{26}} \\ -\frac{1}{\sqrt{26}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{19}{13} \\ \frac{22}{13} \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} \frac{19-3\sqrt{26}}{13} \\ \frac{22+2\sqrt{26}}{13} \end{pmatrix}$$

El punto de intersección de d_1 y d_2 es $\left(\frac{19}{13}, \frac{22}{13}\right)$

$$v = \left(\frac{19}{13}, \frac{22}{13}\right) - \left(\frac{19-3\sqrt{26}}{13}, \frac{22+2\sqrt{26}}{13}\right)$$

$$v = \left(\frac{3\sqrt{26}}{13}, -\frac{2\sqrt{26}}{13}\right)$$

$$\|v\| = \sqrt{\frac{18}{13} + \frac{8}{13}} = \sqrt{2}$$

Podemos observar que las normas no cambian, es decir la longitud de ambos vectores son la misma,

$\therefore$ La escala se preserva pues las rectas son ortogonales.

* Diga de qué recta proviene $x' + 4y' - 1 = 0$

Sean $x' = -x + 5y - 7$
$y' = \frac{-5x - y + 9}{\sqrt{26}}$ ✓

$$x' + 4y' - 1 = 0$$

$$(-x + 5y - 7) + 4\left(\frac{-5x - y + 9}{\sqrt{26}}\right) - 1 = 0$$

$$-x + 5y - 7 - \frac{20}{\sqrt{26}}x - \frac{4y}{\sqrt{26}} + \frac{36}{\sqrt{26}} - 1 = 0$$

$$-x - \frac{20}{\sqrt{26}}x + 5y - \frac{4}{\sqrt{26}}y - 7 + \frac{36}{\sqrt{26}} - 1 = 0$$

$$\boxed{\frac{-13+10\sqrt{26}}{13}x + \frac{65-2\sqrt{26}}{13}y + \frac{-104+18\sqrt{26}}{13} = 0}$$

ecuación de la cual proviene $x' + 4y' - 1 = 0$