Geometría Analítica I

TRABAJO 18

Prof. Pablo Barrera   Lunes 10 de noviembre, 2014

Problema Calcule la distancia del punto $Q(10, 4)$ a la recta

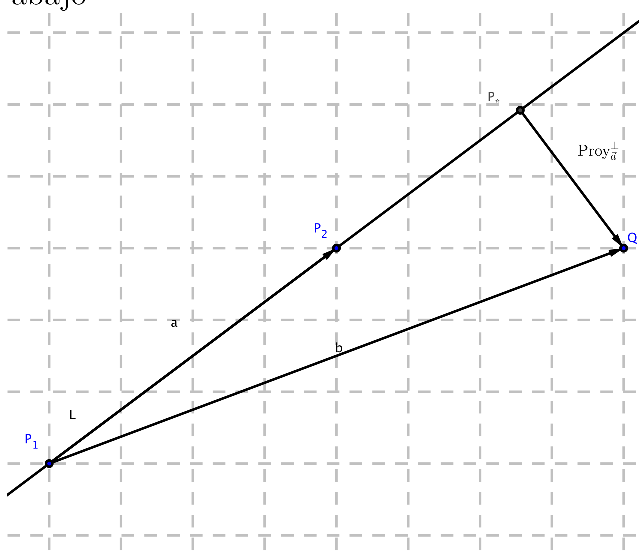
$$\mathcal{L} : \qquad -3x + 4y + 2 = 0$$

usando la proyección de un vector en otro.

La idea es sencilla, si consideramos la parametrización de la recta en la forma:

$$P(\alpha) = P_1 + \alpha\vec{a}$$

donde P_1 es un punto sobre la recta y $\vec{a}$ un vector dirección de la misma, desde P_1 hacia Q podemos formar otro vector, llamémosle $\vec{b}$, como se muestra en la figura de abajo



Si calculamos la proyección de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$ tendremos que este es un vector paralelo a $\vec{a}$ que usualmente escribimos como

$$\mathrm{P}roy_{\vec{a}}(\vec{b}) = \alpha\vec{a}$$

en clase Pablo nombró a ese vector como $\vec{a}_1$. Donde termina ese vector se le conoce como el pie de la proyeccón. Ahora desde el pie de la proyección y hasta Q se forma un vector ortogonal a la recta.

En clase Pablo observó que dicho vector que usualmente se escribe como $(\mathrm{P}roy_{\vec{a}}(\vec{b}))^{\perp}$ se puede calcular como

$$(\mathrm{P}roy_{\vec{a}}(\vec{b}))^{\perp} = \vec{b} - \mathrm{P}roy_{\vec{a}}(\vec{b})$$

o bien como

$$(\mathrm{P}roy_{\vec{a}}(\vec{b}))^{\perp} = \vec{b} - \alpha\vec{a}$$

Recuerden que para que este vector sea ortogonal a $\vec{a}$ se cumple quee

$$(\vec{b} - \alpha\vec{a}) \cdot \vec{a} = 0$$

y de ahí, encontramos que

$$\alpha = \frac{\vec{b} \cdot \vec{a}}{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

Con todo lo que hemos hecho, resulta que la distancia de Q a la recta $\mathcal{L}$ es precisamente la magnitud del vector $(\mathrm{P}roy_{\vec{a}}(\vec{b}))^{\perp}$.

Realice todos los cálculos. Para obtener el vector dirección de la recta, puede calcular un segundo punto sobre la recta digamos P_2 y con esto hacer

$$\vec{a} = P_1\vec{P}_2.$$

Fecha de entrega:Martes 11 de noviembre, 2014