Geometría Analítica II

Trabajo 8

Prof. Pablo barrera Alumno: Ernesto Velasco Grupo: 4078

Sea el conjunto de puntos $\{R_1(1,1), R_2(3,3), R_3(2,7)\}$ que determinan un triangulo $\mathcal{T}_1$ dar una transformación lineal tal que el cambio del sistema de referencia sea con respecto al conjunto de puntos $\{P_1(-2,-4), P_2(0,0), P_3(-2,6)\}$. Además dado el polígono de control $\mathcal{P}_\alpha := \{q_0(-1,0), q_1(-2,3), q_2(2,3), q_3$ obtener la transformación del mismo bajo el conjunto de los $\{P_i\}$ y dibujar la curva de Bezier bajo la transformación.

Dados los triángulos formados por los conjuntos de los $\{P_i|i=1,2,3\}$ y $\{R_i|i=1,2,3\}$ la transformación adecuada es quella que satisface el siguiente sistema:

$$P_1 = AR_1 + b$$
$$P_2 = AR_2 + b$$
$$P_3 = AR_3 + b$$

si se considera la matriz de la manera siguiente: $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{bmatrix}$ y el vector b como (x_3, y_3)

es posible al realizar el producto del vector R_i con la matriz y sumarle el vector b, que al igualar respectivamente a cada uno de los P_i coordenada a coordenada se obtienen 2 sistemas de ecuaciones los cuales al resolver nos darán las los valores de la matriz A y del vector b, es decir

$$(-2,-4) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + (x_3, y_3)$$
$$(0,0) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + (x_3, y_3)$$
$$(-2,6) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} + (x_3, y_3)$$
$$(-2,-4) = (x_1 + x_2 + x_3, y_1 + y_2 + y_3)$$
$$(0,0) = (3x_1 + 3x_2 + x_3, 3y_1 + 3y_2 + y_3)$$
$$(-2,6) = (2x_1 + 7x_2 + x_3, 2y_1 + 7y_2 + y_3)$$
$$\begin{array}{rcl} -2 = x_1 + x_2 + x_3 & & 1 = y_1 + y_2 + y_3 \\ 0 = 3x_1 + 3x_2 + x_3 & \text{y además} & 2 = 3y_1 + 3y_2 + y_3 \\ -2 = 2x_1 + 7x_2 + x_3 & & 3 = 2y_1 + 7y_2 + y_3 \end{array}$$

que al solucionar los respectivos sistemas se obtienen valores de $x_1 = \frac{6}{5}$, $x_2 = -\frac{1}{5}$ y $x_3 = -3$, así como $y_1 = \frac{2}{5}$, $y_2 = \frac{8}{5}$ y $y_3 = -6$. Ahora para el polígono de control de la curva de Bezier solo es necesario sustituir los valores de cada uno de los puntos, en lugar de los P_i, con lo cual se obtiene la transformación del polígono de control transformado, visualice primero la imagen uno del polígono de controlo con su curva bajo el sistema coordenado original en la imagen 1

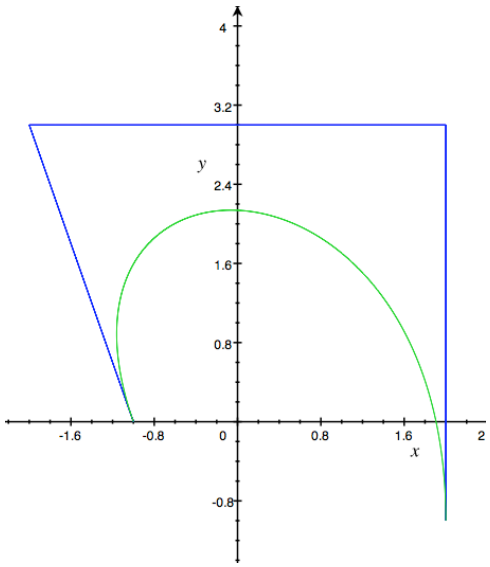

Figura 1: El polígono de control original con su respectiva curva de Bezier

Ahora una vez aplicada la transformación el polígono resultante está determinado como $P_\tau := \{s_0\left(-\frac{21}{5}, -\frac{32}{5}\right), s_1\left(-6, -10\right), s_2\left(-\frac{6}{5}, -\frac{2}{5}\right), s_3\left(-1, -\frac{26}{5}\right)\}$ por lo que al re-establecer el poligono y su respectiva curva se muestra la imagen 2 como su representación.

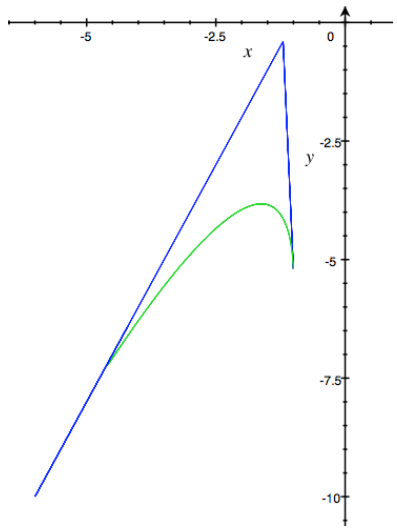

Figura 2: El polígono de control transformado con su respectiva curva de Bezier