Geometría Analítica II

Trabajo 7

Prof. Pablo barrera Alumno: Ernesto Velasco Grupo: 4078

Dados el par de conjuntos de puntos $\{P_1\,(0,0)\,,P_2\,(1,0)\,,P_3\,(0,1)\}$ y $\{Q_1\,(5,7)\,,Q_2\,(9,10)\,,Q_3\,(4,12)\}$ fue posible representar cada Q_t como $\tilde{p}=Ap+b$ y también fue posible encontrar de manera inversa cada P_n como $p=\tilde{A}\tilde{p}+\tilde{b}$. ahora bien, con un procedimiento análogo podemos obtener sobre la colección de puntos $\{R_1\,(4,-4)\,,R_2\,(10,2)\,,R_3\,(6,0)\}$ a los puntos p por medio del sistema $\hat{p}=\hat{A}p+\hat{b}$. Usando adecuadamente estas transformaciones, describa aquella que transforma los puntos $\tilde{p}$ en $\hat{p}$

Formando las igualdades entre cada punto p como se hizo anteriormente

$$\begin{array}{c} R_1=AP_1+b\\ R_2=AP_2+b\\ R_3=AP_3+b\end{array}\ \text{sustituyendo valores de } P_i\ \begin{array}{c} R_1=A\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}+b\\ R_2=A\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+b\\ R_3=A\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}+b\end{array}\ \text{con lo cual}\ \begin{array}{c} R_1=b\\ R_2=V_1+R_1\\ R_3=V_2+R_1\end{array}$$

que haciendo todas las sustituciones nos da $b\,(4,-4)$, $V_1\,(6,2)$ y $V_2\,(2,-4)$ que resulta en:

$$\hat{p}=\begin{bmatrix}6&2\\2&-4\end{bmatrix}p+(4,-4)$$ además los puntos $\tilde{p}$ se encuentran representados por:

$$\tilde{p}=\begin{bmatrix}4&-1\\3&5\end{bmatrix}p+(5,7)$$ con lo que las componentes de los puntos $\tilde{p}$ son tales que

$$\begin{array}{c}\tilde{x}=4x-y+5\\ \tilde{y}=3x+5y+7\end{array}\ \text{que despejando } x \text{ y } y\ \begin{array}{c}x=\frac{4\tilde{y}-3\tilde{x}-13}{23}\\ y=\frac{\tilde{y}+5\tilde{x}-32}{23}\end{array}$$ ahora ya se tiene expresado todo punto p en relacíon a los $\tilde{p}$ ahora considero que lo adecuado es formar el vector columna p correspondiente y sustituirlo en la expresión que se encontró para los $\hat{p}$ por lo que:

$$\hat{p}=\begin{bmatrix}6&2\\2&-4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{4\tilde{y}-3\tilde{x}-13}{23}\\ \frac{\tilde{y}+5\tilde{x}-32}{23}\end{bmatrix}+(4,-4)$$ que realizando el producto de la matriz por el vector

dará el vector fila: $\left(\dfrac{24\tilde{y} - 18\tilde{x} - 78}{23} + \dfrac{2\tilde{y} + 10\tilde{x} - 64}{23}, \dfrac{8\tilde{y} - 6\tilde{x} - 26}{23} + \dfrac{-4\tilde{y} - 20\tilde{x} + 128}{23}\right)$

que simplificando y sustituyendo en la ecuación de los $\hat{p}$ dan como resultado lo siguiente:

$$\hat{p} = \left(\frac{26\tilde{y} - 8\tilde{x} - 142}{23}, \frac{4\tilde{y} - 26\tilde{x} + 102}{23}\right) + (4, -4) \text{ que finalmente es:}$$

$$\hat{p} = \left(\frac{26\tilde{y} - 8\tilde{x} - 50}{23}, \frac{4\tilde{y} - 26\tilde{x} + 10}{23}\right)$$

que al sustituir cuales quiera coordenadas de algún punto con respecto al sistema de coordenadas de los $\tilde{p}$ devolverá los valores de las coordenadas para el sistema de referencia que conforma el conjunto de los $\hat{p}$