Geometría Analítica II

Trabajo 6

Prof. Pablo barrera   Alumno: Ernesto Velasco   Grupo: 4078

1.- Desarrolle de nuevo el problema visto en clase, identifique las particularidades de los coeficientes involucrados; es decir, cómo afectan estos a cada cuadrática. Fije una colección de valores para un solo parámetro y grafique las funciones $s(t)$ que resultan de dichos valores. Identifique un $s(t)$ simpático.

El problema es construir una curva de spline sobre el intervalo $[0,3]$ de tal manera que la misma este conformada únicamente por funciones cuadráticas, una vez dado el intervalo $I = [0,3]$ lo siguiente es dar una partición adecuada del intervalo I sea $P_I = \{t_0 = 0, t_1 = 1, t_2 = 2, t_3 = 3\}$, ahora sean las cuadráticas adecuadas es decir $s_1(t) = a_1t^2 + b_1t + c_1$, $s_2(t) = a_2t^2 + b_2t + c_2$ y $s_3(t) = a_3(t-3)^2 + b_3(t-3) + c_3$ (para mover la grafica hasta 3), además cada una debe cumplir ciertas condiciones en el caso de $s_1(t)$, se tiene que $s_1(0) = 0$ y $s_1'(0) = 0$ ya que $s_1(0) = a_10^2 + b_10 + c_1$ con lo que $s_1(0) = c_1$ también es necesario que $s_1'(0) = 0$ como $s_1'(0) = 2a_10 + b_1$ entonces $s_1'(0) = b_1$ por lo que $b_1 = 0$ con lo que $s_1(t) = a_1t^2$ para $s_2(t)$ esta debe de cumplir que $s_1(1) = s_2(1)$ para que ambas coincidan en el cambio de una gráfica a la otra por lo que $a_1 = a_2+b_2+c_2$ y además para que sea continua, es decir no tenga "saltos"se debe de cumplir que $s_1'(1) = s_2'(1)$ con lo que $2a_1 = 2a_2 + b_2$, antes de terminar con $s_2(t)$, es necesario tener $s_3(t)$ ya definida se quiere $s_3(3) = 0$ y similarmente con $s_1(t)$ debe de cumplirse $s_3'(3) = 0$ por lo que $s_3(t) = a_3(t-3)^2$ ahora para terminar con $s_2(t)$ análogamente con lo hecho anteriormernete $s_2(2) = s_3(2)$ por lo que $4a_2+2b_2+c_2 = a_3$ y también $s_2'(2) = s_3'(2)$ con lo que se tiene $4a_2+b_2 = -2a_3$ juntando todas las ecuaciones obtenidas se tendrá l siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{c} a_1 = a_2 + b_2 + c_2 \\ 2a_1 = 2a_2 + b_2 \\ 4a_2 + 2b_2 + c_2 = a_3 \\ 4a_2 + b_2 = -2a_3 \end{array} \quad \text{que poniendo todo en términos de } c_2 \quad \begin{array}{c} a_2 - a_1 = c_2 \\ c_2 = a_3 - 4a_2 - 2b_2 \\ 3a_3 - b_2 = c_2 \\ b_2 = -2c_2 \end{array}$$

que dando valores a $c_2 = \{-1, -2, -3\}$ se obtienen valores de $b_2 = \{2, 4, 6\}$, $a_3 = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$, $a_y = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$ y $a_2 = \{-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, -2\}$ los cuales como se observa en la imagen uno controlan en s_1 y s_3 la altura de la curva mientas que los factores pertenecientes a s_2 determinan el ancho adecuado de la parábola así como la altura máxima a la que llega la curva, tal y como sucede con cualquier parábol común, en cuanto alo valores de c_2 se muestra que si c_2

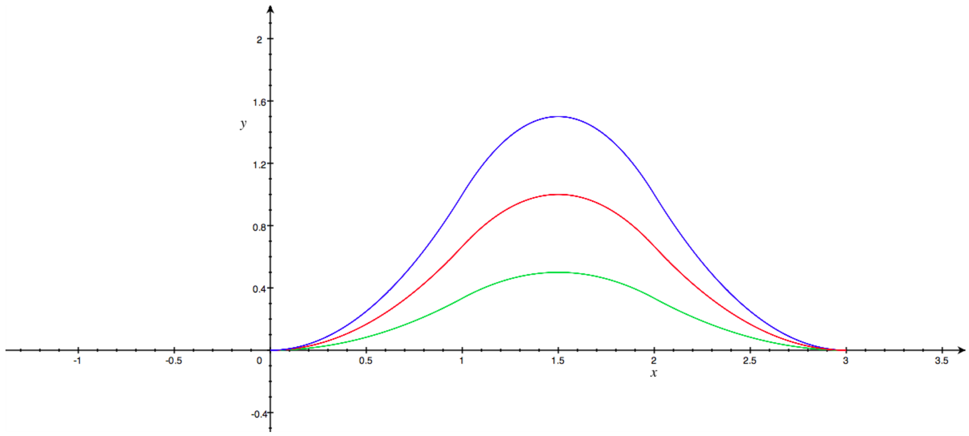

Figura 1: s_1, s_2 y s_3 determinados por valores de $c_2 = \{-1, -2, -3\}$

es positiva la gráfica de esta curva determinada por el factor mencionado anteriormente se encontrará por debajo del eje x, más sin en cambio si c_2 es negativa la gráfica se vera como en la imagen 1, por encima del eje x. por ultimo en cuanto los valores "simpáticos"de c_2 no entiendo realmente alguno en especial como un valor de esa categoria, pero en caso de ser necesaria una elección seria el valor de $c_2 = -2$ ya que este produce una figura cuyo valor máximo en la función s_2 es 1 con lo que se forma una campana como la que se usa en estadisitca.