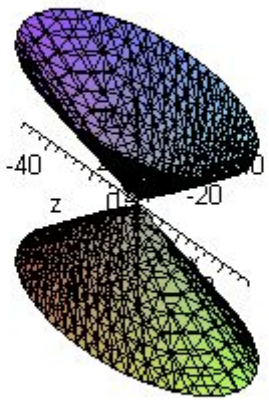
***Paulina Pradel Soto*** **200506**
**Geometría Analítica II**

**TRABAJO 29**

Teniendo la siguiente ecuación de una cuádrica, encontrar en el punto indicado las rectas generadoras de dicha cuádrica.




$$4x^2 + y^2 - z^2 = 1$$
$$p_0 = (x_0, y_0, z_0) = (1, 0, \sqrt{3})$$

***Respuestas***

Para el punto en cuestión hacemos lo siguiente

$$x = x_0 + \alpha t = 1 + \alpha t$$
$$y = y_0 + \beta t = \beta t$$
$$z = z_0 + \gamma t = \sqrt{3} + \gamma t$$

es decir que $\overline{p} = \overline{p_0} + \overline{a}t$, es la recta generadora de la cuádrica en el punto $p_0$.

Ahora sustituimos en la ecuación original de la cuádrica

$$4(1+\alpha t)^2 + (\beta t)^2 - (\sqrt{3} + \gamma t)^2 - 1 = 0$$
$$4(1 + 2\alpha t + \alpha^2 t^2) + \beta^2 t^2 - (3 + 2\sqrt{3}\gamma t + \gamma^2 t^2) - 1 = 0$$
$$4 + 8\alpha t + 4\alpha^2 t^2 + \beta^2 t^2 - 3 - 2\sqrt{3}\gamma t - \gamma^2 t^2 - 1 = 0$$

Igualemos el término lineal a cero

$$8\alpha - 2\sqrt{3}\gamma = 0$$
$$\alpha = \sqrt{3}/4\,\gamma$$

Sustituimos esto en el coeficiente del término cuadrático

$$\gamma^2 = 4\beta^2$$
$$\gamma_1 = 2\beta, \gamma_2 = -2\beta$$

Por lo tanto las rectas generadoras son las siguientes

Para $\gamma_1 = 2\beta, \alpha_1 = \frac{1}{2}\beta \Rightarrow \; x = 1 + \frac{1}{2}\beta t, y = \beta t, z = \sqrt{3} + 2\beta t$

$$\overline{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} + \beta t \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Para $\gamma_1 = -2\beta, \alpha_1 = -\frac{1}{2}\beta \Rightarrow \; x = 1 - \frac{1}{2}\beta t, y = \beta t, z = \sqrt{3} - 2\beta t$

$$\overline{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} + \beta t \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$