Paulina Pradel Soto **070406**
Geometría Analítica II

TRABAJO 18

1) Hacer los procedimientos vistos en clase para identificar la forma de la cónica e indicar cual es la matriz de cambio de coordenadas para la misma. La ecuación de la cónica es la siguiente:

$$C(p) = (3x - 2y + 4)^2 + (x - y - 1)^2 = 40$$

RESPUESTAS

El procedimiento que seguiremos para encontrar la forma de la cónica es el siguiente:
a) Encontraremos el centro de la cónica si es que existe, b) Diagonalizamos la matriz original haciendo un cambio de coordenadas y resolviendo el problema de los valores propios, c) Construimos la cónica ya transformada.

a) La ecuación de la cónica en su forma matricial es de la siguiente forma:

$$C(p) = p^t Ap + 2g^t p + \gamma$$

Para encontrar el centro de la cónica haremos la siguiente transformación

$$p = \tilde{p} + p_0$$

por consiguiente

$$C(\tilde{p} + p_o) = (\tilde{p} + p_0)^t A(\tilde{p} + p_0) + 2g^t(\tilde{p} + p_0) + \gamma$$

$$C(\tilde{p}) = \tilde{p}^t A\tilde{p} + 2\left(p_o{}^t A + g^t\right)\tilde{p} + 2g^t p_0 + p_0{}^t Ap_0 + \gamma$$

Lo que ahora queremos saber es si existe el punto p_0 que es el centro de la cónica. Para ello debemos resolver el sistema $Ap_0=-g$

Ahora en nuestro ejercicio tenemos la siguiente ecuación de la cónica:

$$C(p) = (3x - 2y + 4)^2 + (x - y - 1)^2 = 40$$

Para encontrar el centro de la cónica desarrollemos nuestra ecuación original

$$= 9x^2 + 4y^2 + 16 - 12xy + 24x - 16y + x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y - 40$$
$$10x^2 + 5y^2 - 14xy + 22x - 14y - 23 = 0$$

donde en la forma matricial tenemos lo siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -7 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 11 \\ -7 \end{pmatrix}, \quad \gamma = -23$$

Por lo tanto resolvemos el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 10 & -7 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Y para este sistema encontramos la siguiente solución

$$\begin{aligned} x_0 &= -6 \\ y_0 &= -7 \end{aligned}$$

Ahora ya que la solución existe nuestra ecuación bajo la transformación $\tilde{p}$ es la siguiente

$$C(\tilde{p}) = \tilde{p}^t A \tilde{p} + g^t p_0 + \gamma$$