Geometría Analítica II

Trabajo 17

Prof. Pablo barrera Alumno: Ernesto Velasco Grupo: 4078

Tomando en cuenta la ecuación $f(x,y,z) = 4x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 6xy + 4xz - 10yz$ encontrar la representacion en terminos de $\tilde{x}$, $\tilde{y}$ y $\tilde{z}$ tal que $f(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}) = a\tilde{x}^2 + b\tilde{y}^2 + c\tilde{z}^2$

$f(x,y,z) = 4x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 6xy + 4xz - 10yz = 4\left(x^2 - \frac{3}{2}xy + xz\right) + 3y^2 - 10yz + 2z^2 = 4\left(x^2 - 2x\left(\frac{3y-2z}{4}\right)\right) + 3y^2 - 10yz + 2z^2$ completando el cuadadro para los terminos que contienen a x se tiene $f(x,y,z) = 4\left(x^2 - 2x\left(\frac{3y-2z}{4}\right) + \left(\frac{3y-2z}{4}\right)^2\right) - 4\left(\frac{3y-2z}{4}\right)^2 + 3y^2 - 10yz + 2z^2 = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 - \frac{(3y-2z)^2}{4} + 3y^2 - 10yz + 2z^2 = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 - \frac{9y^2-12xy+4z^2}{4} + 3y^2 - 10yz + 2z^2 = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 - \frac{9}{4}y^2 + 3yz - z^2 + 3y^2 - 10yz + 2z^2 = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 - 7yz + z^2 = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(y^2 - \frac{28}{3}yz\right) + z^2$ nuevamente completando cuadrado ahora para los términos que contienen a y se tiene $f(x,y,z) = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(y^2 - 2y\frac{14}{3}z\right) + z^2 = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(y^2 - 2y\frac{14}{3}z + \left(\frac{14}{3}z\right)^2\right) - \frac{3}{4}\left(\frac{14}{3}z\right)^2 + z^2 = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(y - \frac{14}{3}z\right)^2 - \frac{49}{3}z^2 + z^2 = 4\left(x - \frac{3y-2z}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(y - \frac{14}{3}z\right)^2 - \frac{46}{3}z^2$ con lo que se puede definir $\tilde{p}(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z})$ como:

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{14}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ es decir } \tilde{p} = Bp$$

ya que $f(p) = p^t A p$ se tiene entonces que $f(\tilde{p}) = \tilde{p}^t A \tilde{p} = (Bp)^t A (Bp) = p^t B^t A B p$ donde $B^t A B = D$ con D matriz diagonal