Pradel Soto Paulina **270306**
Geometría Analítica II

TRABAJO 14

1) En clase vimos las representaciones de algunas cónicas en R^3, cuando tenemos su ecuación en la forma proyectiva, es decir:

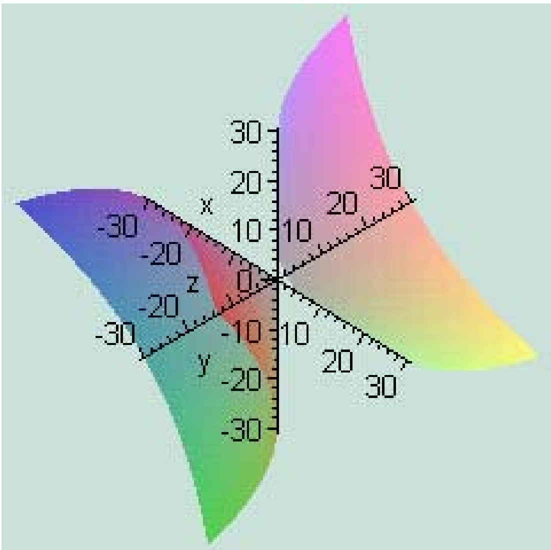
$$C(p) = p^t A p$$

donde la matriz A, es una matriz simétrica, es decir $A = A^t$.
Con esta información demos otros ejemplos de la representación de las cónicas en R^3, en la forma proyectiva.

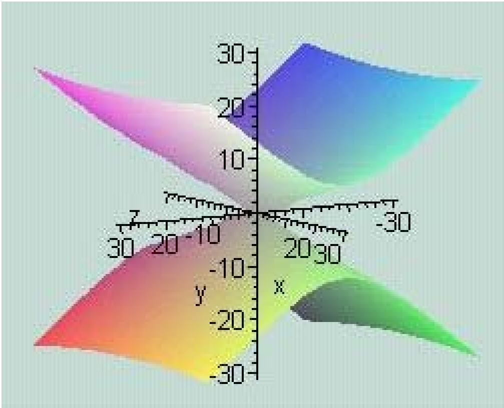
RESPUESTAS

Los ejemplos que daremos son los siguientes:

a) $\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$, donde la ecuación de la cónica en una forma no matricial sería $xy + yz + xz = 0$, y esto en R^3 representa a un cono como en la figura siguiente:

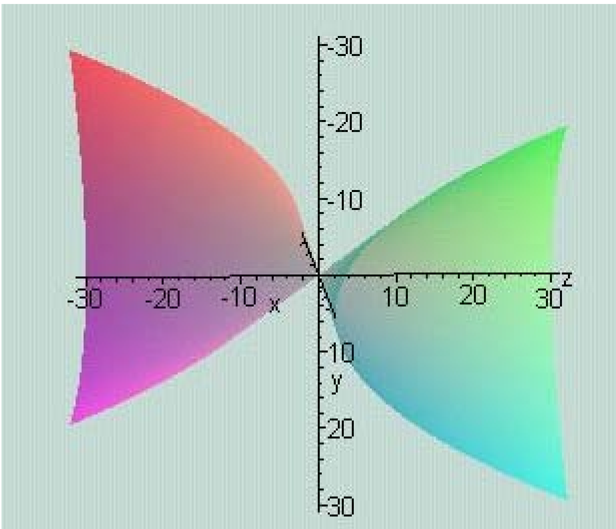


b) $\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$, donde la ecuación de la cónica en una forma no matricial sería $2x^2 + \frac{1}{4}y^2 - 3z^2 = 0$, y esto en R^3 representa a un cono elíptico como en la figura siguiente:

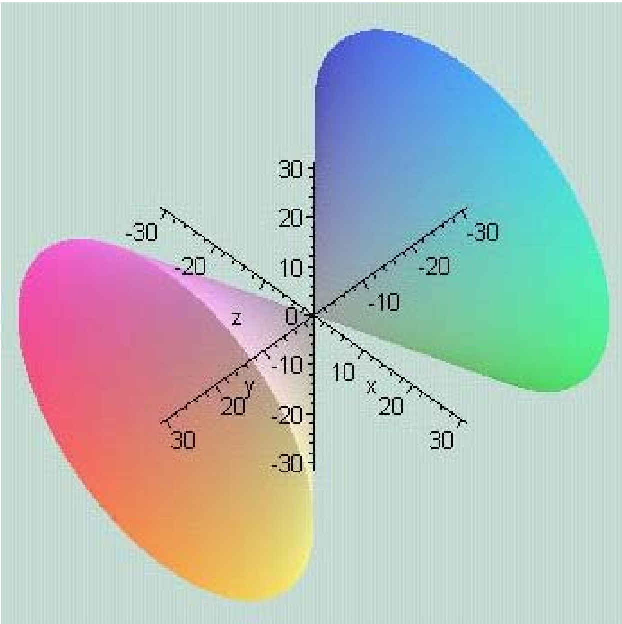


Cabe mencionar que debemos de tener cuidado con las matrices simétricas que formamos, ya que por ejemplo si en este caso en vez de haber puesto $-3z^2$, hubiésemos puesto $3z^2$, no habríamos podido graficar nada, además de que ese valor no nos representa una cónica.

c) $\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$, donde la ecuación de la cónica en una forma no matricial sería $2xy - 3z^2 = 0$, y esto en R^3 representa a otro cono pero con una forma distinta como en la figura siguiente:



d) $(x \quad y \quad z)\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$, donde la ecuación de la cónica en una forma no matricial sería $x^2 - y^2 - z^2 = 0$, y esto en R^3 representa a un cono circular como en la figura siguiente:



e) $(x \quad y \quad z)\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$, donde la ecuación de la cónica en una forma no matricial sería $x^2 - 2xy + 2xz - 2yz + z^2 = 0$, y esto en R^3 representa una especie de plano hiperbólico, como en la figura siguiente: