Geometría Analítica I

TAREA-EXAMEN 4

Profesor: Pablo Barrera — Día 23 de noviembre, 2005

NOMBRE: ____________________

1. a) Enunciar y demostrar los Teoremas de Ceva y Menelao.
   b) Investigar qué quiere decir que 4 puntos sean armónicos.
   c) Usar los Teoremas anteriores para, dados 3 puntos, construir otro, de manera que los cuatro sean armónicos.

2. Demostrar que el circuncentro de un triángulo tiene como coordenadas baricéntricas $(\operatorname{sen} 2\alpha, \operatorname{sen} 2\beta, \operatorname{sen} 2\gamma)$.

3. Se tiene dos triángulos ABC y $A'B'C'$ en perspectiva con O y eje de perspectiva PQR. Encontrar las configuraciones que se tienen para los siguientes casos:
   a) Cuando O es centro de perspectiva.
   b) Cuando A es centro de perspectiva.
   c) Cuando A' es centro de perspectiva.
   d) Cuando la recta que pasa por OAA' es eje de perspectiva.

4. Considere la poligonal Γ

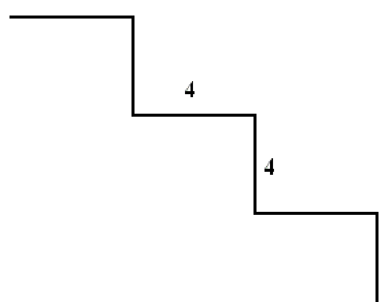

Figura 1: Poligonal Γ formada por segmentos de lado 4.

Encuentre el lugar geométrico $\mathcal{L}$ de los puntos tales que

$$\mathcal{L} = \{p |\, d(p, \Gamma) = k\}$$

para $k = 1, 2, 4, 8$ y 16.

5. Para el hexágono $\mathcal{H}$ de lado 4,

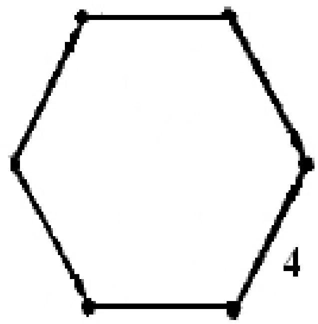

Figura 2: Un hexágono de lado 4.

encuentre el lugar geométrico $\mathcal{L}$ de los puntos tales que

$$\mathcal{L} = \{p | \ d(p, \mathcal{H}) = k\}$$

para $k = 1, 2, 4, 8$ y 16.

Considere el triángulo formado por los puntos $A(-x_a, 0)$, $B(x_b, 0)$ y $C(0, y_c)$, con $|x_a| \neq |x_b| \neq |y_c|$

a) Trace todos los círculos tangentes al triángulo.
b) Encuentre eso los puntos de tangencia.
c) Demuestre que las cevianas a esos puntos son concurrentes.
d) Encuentre el punto de intersección de esas cevianas, de las coordenas baricéntrica de dicho punto, conocido como punto de Nagel.

Nota: Argumente adecuadamente su respuesta; no serán tomadas en cuenta observaciones o señalamientos que realicen, sin su debida justificación.