GEOMETRÍA ANALÍTICA I EXAMEN I

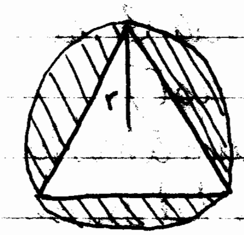
Patricia Desirée Flores Ramírez

Profesor; Pablo Barrera

15 agosto 2005

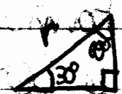
GRUPO 4048

1. Considere el círculo de radio r, y un triángulo equilátero inscrito en él. Encuentre el área entre el triángulo y el círculo, como se muestra en la siguiente figura;



Área del círculo; $\boxed{A = \pi r^2}$

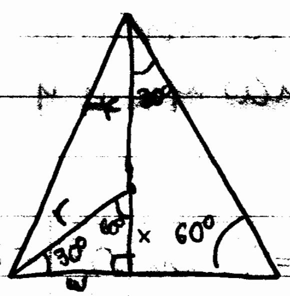
Área del triángulo; $\boxed{A = \frac{(2w)(r+x)}{2}}$



$x = \text{sen}\,30°\, r$

$w = \cos 30°\, r$

$$\boxed{A = \frac{(2[r\cos 30°])(r + [r\,\text{sen}\,30°])}{2}}$$



Área entre el círculo y el triángulo es;

$$\boxed{A = \pi r^2 - \left([r\cos 30°][r + (r\,\text{sen}\,30°)]\right)}$$

$\boxed{\text{hip} = r}$

$\text{sen}\,30° = \frac{co}{hip}$

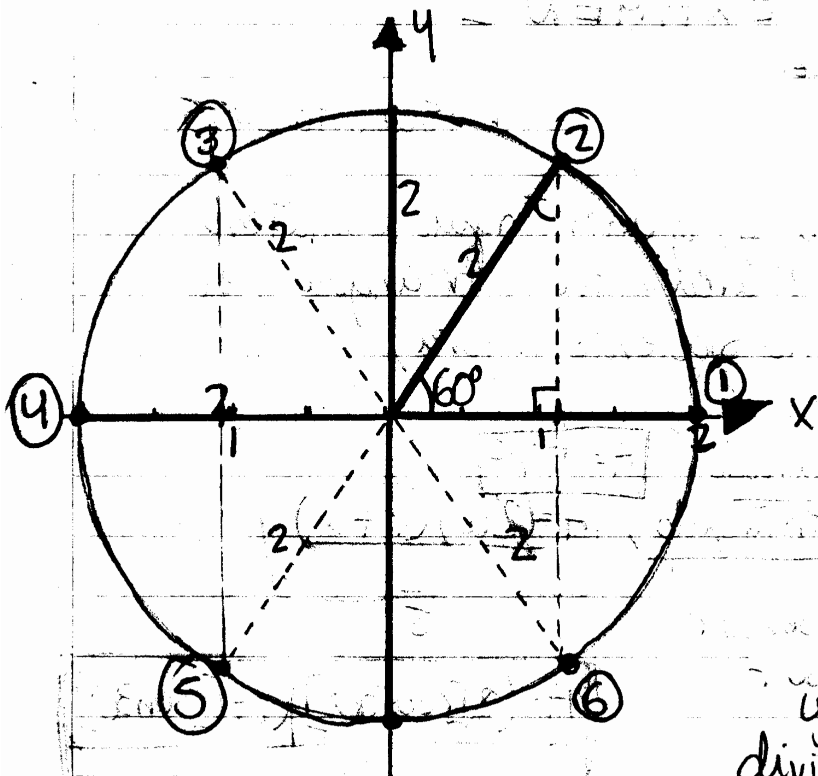
$\cos 30° = \frac{ca}{hip}$

base del triángulo = $2w$ ó $2[\text{hip}\cos 30°]$

altura del triángulo = $\text{hip} + [\text{hip}\,\text{sen}\,30°]$ ó $r + x$

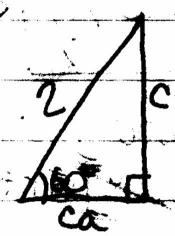
2. Dado un círculo de radio 2, dé las coordenadas de 6 puntos tales que sean los vértices de un hexágono regular.

→ Ubicaré el círculo en un plano cartesiano. El centro del círculo serán las coordenadas (0,0), teniendo así ya 2 coordenadas del hexágono; (2,0) y (-2,0). Sólo será necesario sacar otra coordenada, usando identidades trigonométricas, al igual que en el problema pasado.



La coordenada ① es (2,0), ya que su radio coincide con el eje de las abcisas.

La coordenada ② la deduciremos así;
- Formaremos un ángulo de 60° a partir del origen, ya que al tener 360°, queremos dividirlo entre 6, teniendo así 60°. Al hacer esto, se formará un triángulo rectangulo. De éste, su altura serán las ejes y y ~~la base las ejes x.~~



$\operatorname{sen} 60° = \frac{co}{hip} \rightarrow \underline{co} = hip \operatorname{sen} 60° = \boxed{2 \operatorname{sen} 60°} = y$

$\cos 60° = \frac{ca}{hip} \rightarrow ca = hip \cos 60° = \boxed{2 \cos 60°} = x$

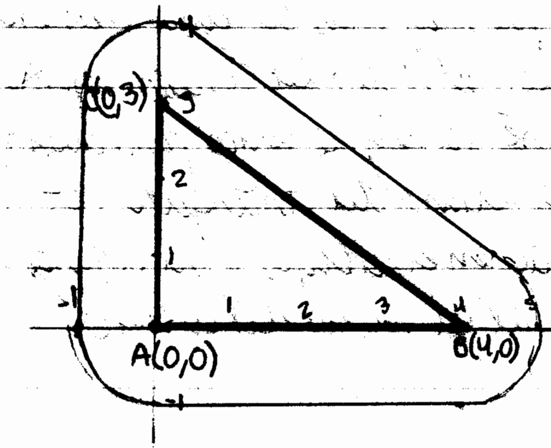
Al tener ya éstas coordenadas, las demás se pueden deducir, ya que están a 60° con respecto al eje x, sólo que en diferente dirección, así que serían;

① $(2,0)$
② $(2\cos 60°, 2\operatorname{sen} 60°) = (1, 1.73)$
③ $(-2\cos 60°, 2\operatorname{sen} 60°) = (-1, 1.73)$
④ $(-2,0)$
⑤ $(-2\cos 60°, -2\operatorname{sen} 60°) = (-1, -1.73)$
⑥ $(2\cos 60°, -2\operatorname{sen} 60°) = (1, -1.73)$

Patricia Desirée Flores Ramirez
Profesor; Pablo Barrera
Grupo 4048

GEOMETRIA ANALITICA I
EXAMEN I

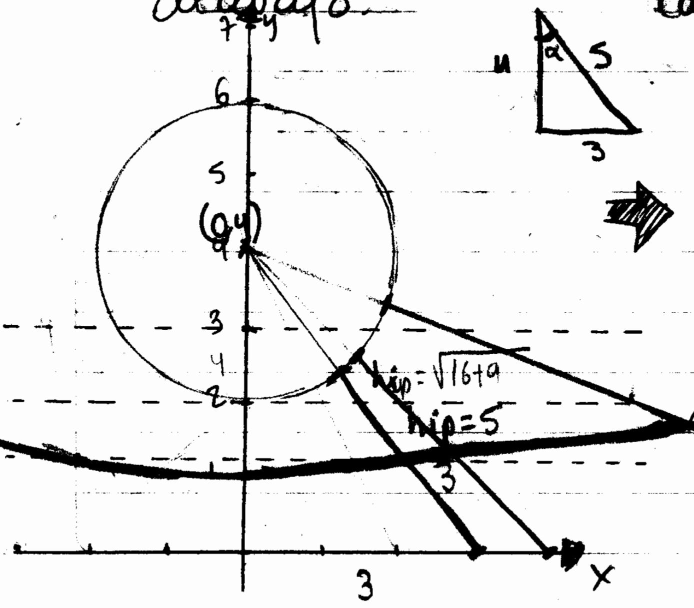
③ Considere el triángulo descrito por los ~~vectores~~ vértices A(0,0), B(4,0) y C(0,3). Dibuje la colección de puntos que se encuentran a una distancia 1 del triángulo.



Ya que tiene 3 lados, ~~el con-~~ junto de puntos debe de estar alrededor de él. Carece la figura de vértices, ya que éstas estarían a más de 1cm de distancia, así que se unen las líneas con un trazo de compás abierto 1cm. No puede haber un conjunto de líneas dentro del triángulo, ya que se pide que ésto ~~sea~~ conjunto de puntos esté distante (ajeno) al triángulo.

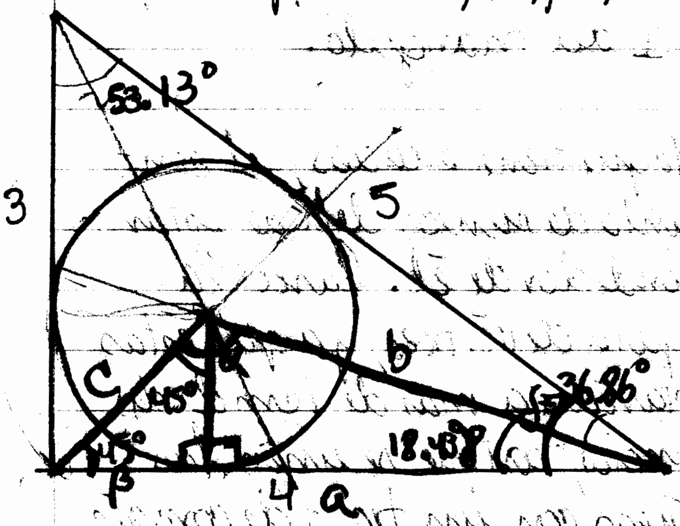
④ Identifique la colección de puntos que se encuentran a igual distancia del círculo que de la recta. Observe la figura de abajo.

$\tan\alpha = \frac{co}{ca} = \frac{3}{4}$ $\alpha = \tan^{-1} 3/4$



El resultado es una parábola, con vértice en (0, 1), que pase por el punto medio que se crea entre la línea que pasa por la línea "x" y el centro de la circunferencia, restando el radio de ésta. Una parábola con pendiente muy chica.

⑤ Calcule el radio del círculo inscrito al triángulo rectángulo de longitudes 3, 4 y 5, como el mostrado aquí.



Creo que hay más de una manera para sacar el radio del círculo inscrito. Yo usaré la ley de senos para averiguar la altura del triángulo remarcado en el dibujo, y su altura será igual al radio del círculo.

$\gamma = 18.43^\circ$

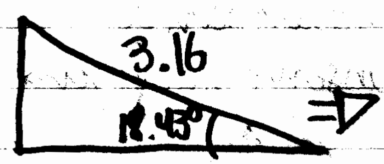
$\alpha = 116.56^\circ$

$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{a} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{b} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{c}$

$\delta = \tan^{-1} 3/4 \quad \gamma = \delta/2$

$= 36.86^\circ$

$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{a} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{b} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}116.56^\circ}{4} = \frac{\operatorname{sen}45^\circ}{b}$



$\Rightarrow \operatorname{sen}18.43^\circ = \frac{co}{3.16}$

$co = \operatorname{sen}18.43(3.16)$

Radio del círculo = $\boxed{co = 1.00059}$

$b = \frac{4\operatorname{sen}45^\circ}{\operatorname{sen}116.56^\circ}$

$b = \frac{2.828}{0.894}$

$\boxed{b = 3.16}$