Martinez Guerrero Miguel Cuauhtli

El problema inverso

Describa una funcion que globalmente se comporte como $-x^3$ y que dos de sus ceros sea $x_1=-1$, $x_2=4$

Podemos expresar $f(x)$ como una factorizacion de sus raize

(el signo es importante)

$f(x)=-(x+1)(x-4)(x-x_3)$

Sugerimos $x_3=1$ (arbitrario)

$f(x)=-(x+1)(x-4)(x-1)$

$f(x)=-(x^2-1)(x-4)$

$f(x)=-(x^3-4x^2-x+4)$

$\boxed{f(x)=-x^3+4x^2+x-4}$ Esta es una de las funciones que cubren con los requisitos del problema

Procederé a graficar la función

* Para $x>>1$

$f(x)\simeq-x^3$

* Para $x=0$

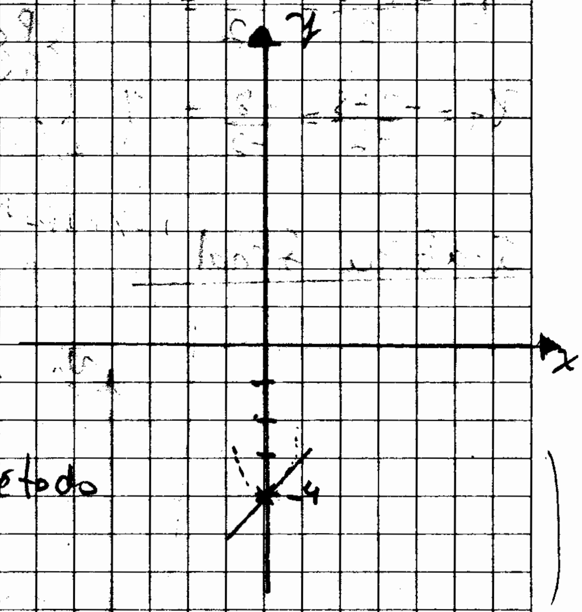
$f(x)=-4$

* Para x no tan pequeñas

$f(x)\simeq 4x^2+x-4$

* Para $|x|<<1$

$f(x)\simeq x-4$



Para encontrar las raices (suponiendo que las desconociera) usaria el metodo de Newton.

$x_0=1$

$f(1)=0$

$f'(1)=6$

$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

$x_1=1-\left(\frac{0}{6}\right)$

$x_1=1-0$ $\boxed{x=1}$ Debe ser un x_0 de la $f(x)$

$f'(x)=-3x^2+8x+1$

Obteniendo las demas raices tomando en cuenta que $x_1 = 1$
Usando la division sintetica para $(-x^3+4x^2+x-4) \div (x-1)$

1	x^3	x^2	x	l
$\boxed{1}$	-1	4	1	-4
		-1	3	4
	-1	3	4	0
	x^2	x	l	r

Es decir;

$$f(x) = (x-1)(-x^2+3x+4)$$

Encontrando las otras raices

$$f(x) = (x-1)[G(x)]$$

Por lo cual

$$G(x) = -x^2-3x+4$$

$$-x^2+3x+4=0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4(-1)(4)}}{2(-1)}$$

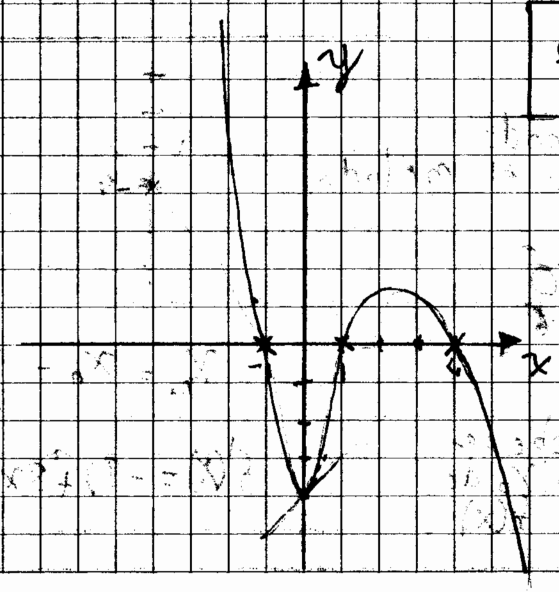
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{-2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{-2}$$

$$\left.\begin{array}{l} x_2 = \frac{-3+5}{-2} = \frac{2}{-2} = -1 \\ x_3 = \frac{-3-5}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4 \end{array}\right\} \text{Raices de } G(x)$$

$$\boxed{\therefore f(x) = (x-1)(x+1)(x-4)}$$

Grafica final



Conclusión

$$\boxed{f(x) = -x^3+4x^2+x-4}$$

Si cumple con los requisitos del problema inverso.