Cruz Sosa Francisco

1) Describir una cúbica que globalmente se comporte como $+x^3$ y que de sus ceros sean $x_1=-1$, $x_2=4$

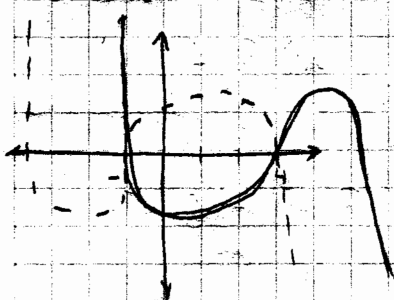
Para analizar lo primero que me viene a la mente es

$$G(f) = \{(x,y) \mid y = f(x)\}$$

$f(x) \simeq -x^3$ Para ver que $f(x)$ es aproximado a $-x^3$

pero tenemos que sus ceros son $(-1,0),(4,0)$

Por ser cubica y tener ceros en $x_1=-1$, $x_2=4$ se comportaria como:



Con forma en $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ y tambien puede interpretarse como

$f(x) = \tilde{a}(x-x_1)^3 + \tilde{b}(x-x_1)^2 + \tilde{c}(x-x_1) + \tilde{d} = 0$

sustituyendo x_1 tenemos:

$$f(x) = \tilde{a}(-1-(-1))^3 + \tilde{b}(-1-(-1))^2 + \tilde{c}(-1-(-1)) + d = 0$$

$$(-1-(-1)) = 0 \Longrightarrow \tilde{d} = 0$$

ahora se prueba sustituyendo x_2 en $f(x)$ para valorar a $\tilde{c}$

$f(x) = \tilde{a}(x_2-x_1)^2 + \tilde{b}(x_2-x_1)^2 + \tilde{c}(x_2-x_1) = 0$

viendo que (x_2-x_1) esta en cada valor de $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$ podemos factorizar

$$f(x_2) = (x_2-x_1)\left[\tilde{a}(x_2-x_1)^2 + \tilde{b}(x_2-x_1) + c\right] = 0$$

el interior de los corchetes es cero ya que $x_2-x_1 = 4-(-1) = 5$ al despejarlo es igual a cero lo suprimimos entonces $\tilde{a}(x_2-x_1)^2 + \tilde{b}(x_2-x_1) + c = \dfrac{0}{(x_2-x_1)}$

$\tilde{a}(x_2-x_1)^2 + \tilde{b}(x_2-x_1) + c = 0$ Despejamos $\tilde{c}$

$$\tilde{c} = -\left[\tilde{a}(x_2-x_1)^2 + \tilde{b}(x_2-x_1)\right]$$

$$= -\tilde{a}(x_2-x_1)^2 - b(x_2-x_1)$$

ahora del planteamiento $-x^3$ así que $a<0$ y $b \in \mathbb{R}$ para dar posible solución se le asigna una posible solución

$a<0$ $\quad b \in \mathbb{R}$

$a=-2$ $\quad b=5$

$$c = -(-3)(4-(-1))^2 - (4)(4-(-1))$$
$$= -(-3)(5)^2 - 4(5)$$
$$= -(-3)(25) - 20$$
$$= 75 - 20$$

$c = 55$

$f(x) = -3x^3 + 4x^2 + 55x$