

Cruz Sosa Francisco

1.3 Ángulos y arcos circulares

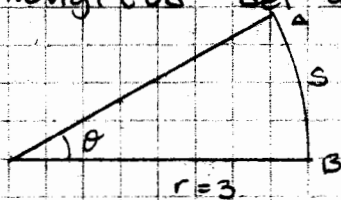
i) 1 radian = $\frac{180}{\pi}$ (≈ 57.3 grados)

ii) 1 grado = $1 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{180}$ radianes

iii) $78.5^\circ = 78.5 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{246.61}{180} = 1.37$ radianes

iv) 1.238 radianes = $1.238 \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{222.84}{\pi} = 70.93^\circ$

14- En el sector circular de la fig. $\theta = 57.3^\circ$ cuál es la longitud del arco AB?

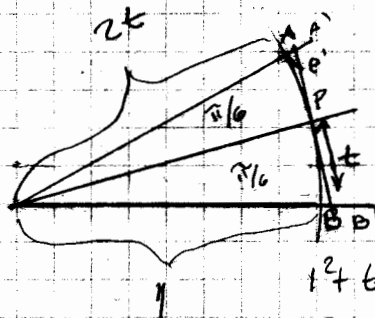


se utiliza la formula del arco que es $s = \frac{\theta}{r}$ al despejar se obtiene que

$$s = \theta r \quad 57.3^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 57.3 = 1 \text{ radian.}$$

$$\text{arco} = 1 \times 3 = 3 \text{ unidades}$$

15- Comenzamos con la fig. 1.13 del texto llevar la tangente al círculo en A y dejar P' que sea su punto de intersección con A'P. Por la fig. 1.34 esto es posible con el arco $AP \leq AP' + P'B$. Demuestre que $AP' < A'B$. concluya que son las desigualdades del arco $AP < A'B = t$ y arco $AB < A'B' = 2t$ en el arco posible.



se plantea que

$$A'P = t = PB' \quad AA' \perp AP'$$

$$CP \perp A'B'$$

$\triangle CB'P \cong \triangle CPA'$ por criterio de LAL. y son rectángulos $CP = 1$ $\triangle CB'A'$ es equilátero

$CA' = 2t$; usando el Teo. Pitagoras

$$1^2 + t^2 = (2t)^2 \Rightarrow 1 + t^2 = 4t^2 \Rightarrow 1 = 4t^2 - t^2$$

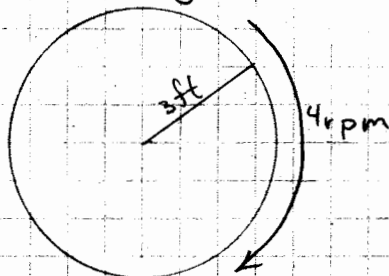
$$1 = 3t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{y} \quad 2t = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$CA' = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad CA = 1 \quad \therefore AA' = CA' - CA = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 = \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad \therefore A'P' = \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{\sqrt{3}} \approx 0.30940$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{AP'}{\frac{2(2 - \sqrt{3})}{\sqrt{3}}} \quad \therefore AP' = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{2(2 - \sqrt{3})}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{2\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} = 0.26794 \quad \therefore \boxed{AP' < A'P'}$$

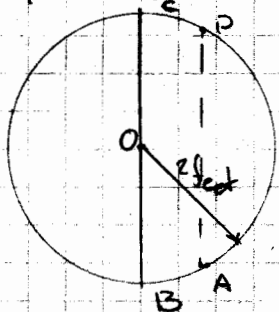
16. Una roca es lanzada con una honda. Momento antes del vuelo había girado en un arco circular de radio de 3 ft a 4 revoluciones por segundo. ¿con qué velocidad la roca dejó de volar?



$$v = \frac{d}{t} \quad p = 2\pi r = 18.85 \text{ ft}$$

$$v = \frac{18.85 \text{ ft}}{4 \text{ rps}} = 4.71 \frac{\text{ft}}{\text{seg}}$$

17. El círculo en la fig 1.35 tiene centro O y radio de 2 pies. La flecha está girando a la derecha en una vuelta en 20 horas. Los puntos A y D están posicionados tal que un camino del segmento conectado entre sus paralelos a el Diámetro BC del círculo. Determine la longitud del arco CD, dando la flecha requerida 7.5 horas de rotar de A a D.



$$p = 2\pi r = 12.57 \text{ ft}$$

$$20 \text{ h} \rightarrow 12.57 \text{ ft}$$

$$7.5 \text{ h}$$

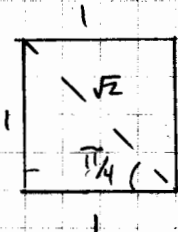
$$x = \frac{7.5 \text{ h} \times 12.57 \text{ ft}}{20 \text{ h}} = \text{ft}$$

$$x = 4.71 \text{ ft}$$

1F Trigonometria Basica

18. Usa los triangulos apropiados para encontrar los valores

Para este problema utilizaremos un triangulo equilatero con 2 de unidades por cada lado. Para los radianes de $\pi/3$, $\pi/6$ y para los radianes $\pi/4$ se construye un rectangulo equilatero tal que sus divisiones den 2 triangulos.

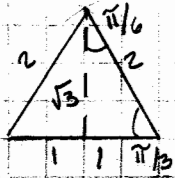


$$c^2 = 1+1$$

$$c = \sqrt{2}$$

$$\cos \pi/4 = \frac{CA}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan \pi/4 = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{1} = 1$$



$$(2)^2 = (1)^2 + b^2$$

$$4 = 1 + b^2 \rightarrow b^2 = 3 \rightarrow b = \sqrt{3}$$

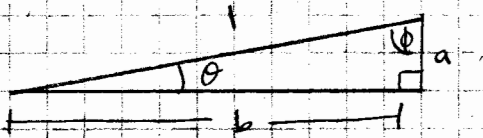
$$\cos \pi/6 = \frac{CO}{H} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \pi/6 = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \pi/3 = \frac{CO}{H} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \pi/3 = \frac{CO}{CA} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

19. Usar Fig 1.21 del texto para determinar los siguientes límites.



$$\text{Sen } \theta = \frac{a}{1} = a \text{ para } a = 0$$

$$\text{sen } \phi = \frac{b}{1} = b \text{ para } b = 1$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \cos \theta = \frac{b}{1} = 1$$

$$\lim_{\phi \rightarrow \pi/2} \cos \theta = \frac{a}{1} = a = 1$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \tan \theta = \frac{b}{a} = \frac{1}{0} = 0$$

$$\lim_{\phi \rightarrow \pi/2} \tan \theta = \frac{b}{a} = \frac{1}{0} = \text{No existe}$$

20 - ilustrar con un diagrama si $\theta' > \theta > 0$, despues $\cos \theta' < \cos \theta$
 y $\tan \theta < \tan \theta'$

21. la secante de θ está definida por $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ verifica la identidad $\sec^2 \theta = \tan^2 \theta + 1$ de la igualdad $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ dividiendo entre $\cos^2 \theta$ tenemos.

$$\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\therefore \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

22. Compare los valores de α , $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ para.

$$\alpha = .1 \text{ radianes}$$

$$\sin \alpha = .0998$$

$$\alpha = .01 \text{ radianes}$$

$$\tan \alpha = .01033 \quad \sin \alpha = .00999 \quad \tan \alpha = .0100$$

$$\alpha = .001 \text{ radianes}$$

$$\sin \alpha = .000999 \quad \tan \alpha = .001$$

1.6 Distancias y tallas en el universo

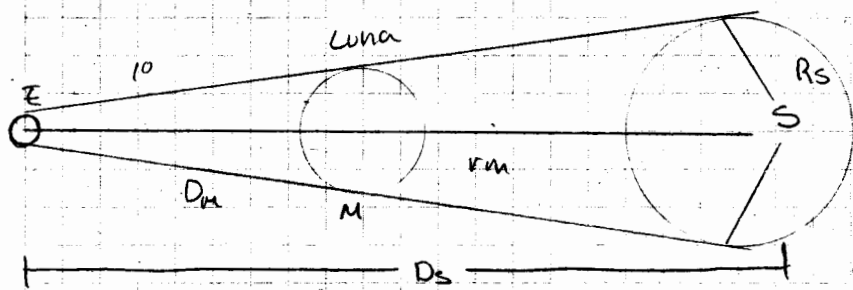
23. Compute r_M , r_S , D_M , D_S , usando el argumento de Aristarco

a. Keep $r_E = 3850$ miles

b. en hipotesis C, toma $29^\circ 50'$ en lugar de 87° (el ángulo medido es llamado minuto, $1' = 1/60^\circ$)

c. En hipotesis O, toma $1/2^\circ$ en lugar de 2° (entonces el ángulo en fig. 1.27 es $1/4^\circ$ en lugar de 1°)

d) En hipotesis, E toma 5 rm en lugar de 4 rm redondee con certeza abajo de 4 decimales con prove sus valores con tabla 1.4



$$a = r_E = 3850 \text{ millas}$$

$$b = 2^\circ 50' \Rightarrow \frac{2^\circ}{60} + \frac{.83}{60} = \frac{2.83^\circ}{60}$$

$$c - \text{el ang formado es } \frac{.15^\circ}{60}$$

$$d = 1350 \times 5 = 67.50 \text{ millas de E (Tierra)}$$

Todo es respecto del tiempo y de sus conversiones

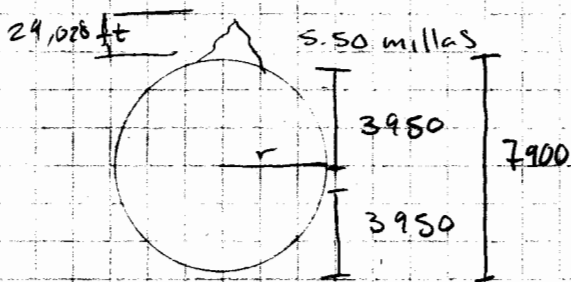
$$r_M = 1350 \text{ millas}$$

$$D_M = 80,000 \text{ millas}$$

$$r_S = 27,000 \text{ millas}$$

$$D_S = 1,600,000 \text{ millas}$$

24. Aristarco y Arquímedes asumieron que la tierra era esférica. Esto es razonable en vista de la superficie de las montañas? Le han dado el radio r_E a la Tierra en 3950 millas, siendo la altura del monte Everest de 29,028 pies, siendo una milla = 5280 pies y el radio de una pelota de basket ball es de 4.7" (pulgadas). Si la Tierra fuera encojida al tamaño de un balón? que altura tendría el monte Everest? es esta altura como de un pequeño montón llamado un goña - a un balón de basket? Estos tendrán una altura alrededor de .02 pulgadas?



tenemos que 1 ft = 12 pulgadas

$$29028 \text{ ft} \rightarrow x$$

Para que las unidades sean igualadas

$$r_{\text{Basket}} = 4.7''$$

$$1 \text{ milla} = 5280 \text{ pulgadas}$$

$$7900 \text{ millas} = x$$

$$x = 41712000 \text{ pulgadas}$$

$$\frac{41712000''}{348336''} = \frac{9.4}{x}$$

la altura del everest en un balón sería de .008 pulgadas

25. Desde 3950 millas = 20,856,000 ft y 4.7" = .39 ft, el factor de reducción en el problema 24 es $\frac{.39}{20,856,000}$, o alrededor de

$\frac{1}{50000000}$. Demuestra si el radio r_M de la luna, la distancia D_M

de la luna, el radio r_S del sol y la distancia D_S a la estrella más cercana fuera encojida por este factor; ¿cuanto tendríamos? (aprox).

$$r_E = 4.7 \text{ plg (el radio de un balón de basket)}$$

$$\frac{.39 \text{ ft}}{20856000} = 1.87 \times 10^{-8} \text{ ft}$$

$$r_M = \frac{.11 \text{ ft}}{5702400} = 1.93 \times 10^{-8} \text{ ft}$$

$$D_M = \frac{25 \text{ ft}}{1261223040} = 1.98 \times 10^{-8} \text{ ft}$$

$$r_s = \frac{45 \text{ ft}}{2280960000} = 1.97 \times 10^{-8} \text{ ft}$$

$$D_s = \frac{9821}{93 \times 10^6} = 1.06 \times 10^{-4} \text{ ft}$$

$$D^* = 26400000000 \text{ ft}$$

26. Encogiendo el sol al tamaño de una bola de basket. ¿Cuál es el factor de reducción al reducir el resto del sistema solar por este factor y calcule r_e , r_M , r_s , D_s y D^* en este caso.

$$432000 \text{ millas} \times 5280 = 2,280,960,000 \text{ ft.}$$

$$\begin{array}{r} 4.7'' \text{ --- } .398t \\ \times \quad 2280960000 \end{array}$$

$$\frac{.39}{1.07 \times 10^{10}} \text{ es el factor de Reducción}$$

$$r_e = \frac{3950 \times 5280}{1.07 \times 10^6} = \frac{20856000}{1.07 \times 10^6} \text{ ft}$$

$$r_M = \frac{1080 \times 5280}{1.07 \times 10^6} = \frac{5702400}{1.07 \times 10^6} \text{ ft}$$

$$r_s = \frac{432000 \times 5280}{1.07 \times 10^6} = \frac{2,280,960,000}{1.07 \times 10^6} = .21 \text{ ft}$$

$$D_s = \frac{(93 \times 10^6) (5280)}{1.07 \times 10^6} = 458,916$$

$$D^* = \frac{500000 \times 5280}{1.07 \times 10^6} = 2467.29 \text{ ft.}$$

28. Las estrellas cercanas Barnard, G 51-15 y Ross 780 tienen vueltos estelares de .55, .27 y .21 segundos, respectivamente. Determinar sus distancias en años luz.

$$v = \frac{d}{t}$$

$$v = 300\,000 \text{ km/s}$$

$$\bullet .55 \times 300\,000 = 165\,000 \text{ km}$$

$$\bullet .27 \times 300\,000 = 81\,000 \text{ km}$$

$$\bullet .21 \times 300\,000 = 63\,000 \text{ km}$$

$$\bullet .55 \text{ seg} \times 300\,000 \text{ km/seg} = 165\,000 \text{ km}$$