UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS

10

Profesor: Pablo Barrera Sánchez.
Alumno: Felipe de Jesús Cerda Hernández

Geometría Analítica I
Grupo: 4048

TAREA (29 de Agosto de 2005) [Fecha Entrega: 31/Ago/05]

I. Encontrar la raíz cúbica del número 4321 mediante el Método iterativo de Newton, el cual consiste en aproximar el valor de la raíz generando una colección de números que – cercanos a una "x" solución dada –, cumplan que al elevarlos a la tercera potencia reproduzcan a 4321.
Si "x" representa el valor equivalente a $\sqrt[3]{4321}$, entonces:

$$\sqrt[3]{4321} = x$$
$$x^3 = 4321$$
$$x^3 - 4321 = 0$$

muy buen trabajo.

Si la anterior ecuación la vemos como una función de la que se buscan sus ceros, entonces y según la ecuación del Método de Newton:

$$f(x) = x^3 - 4321$$
$$f'(x) = 3x^2$$

$$\boxed{x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}}$$ Ecuación del Método de Newton

Así, para hallar una solución aproximada (hasta en 6 dígitos posteriores al punto decimal), procedemos a proponer una "x_0" cuyo valor al cubo sea casi igual que 4321 y a sustituir los datos arrojados en la ecuación newtoniana.

Tomamos como $x_0 = 15$, pues $(15)^3 \approx 4321$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 15 - \frac{(15)^3 - 4321}{3(15)^2} = 15 - \frac{(-946)}{675} = 15 + 1.401481 = 16.401481$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 16.401481 - \frac{91.13}{807.02} = 16.288559$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 16.288559 - \frac{0.63}{795.95} = 16.287767$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 16.287767 - \frac{0.003}{795.87} = 16.287763$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = 16.287763 - \frac{0.00057506}{795.8736706} = 16.287762$$

$$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5)}{f'(x_5)} = 16.287762 + \frac{0.0002208}{795.8735729} = 16.287762$$

Coinciden las últimas seis cifras posteriores al punto.

Por lo que podemos afirmar que $\boxed{\sqrt[3]{4321} \approx 16.287762}$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS

Profesor: Pablo Barrera Sánchez. Geometría Analítica I
Alumno: Felipe de Jesús Cerda Hernández. Grupo: 4048

TAREA (29 de Agosto de 2005) [Fecha de Entrega: 31/Ago/05]

II. De acuerdo al mismo Método de Newton para calcular las raíces, hallar la raíz cúbica aproximada del número 54321.

$\sqrt[3]{54321} = x$

$x^3 = 54321$

$x^3 - 54321 = 0$

Que al convertirlo en función y sacar su primera derivada, nos queda como:

$f(x) = x^3 - 54321$

$f'(x) = 3x^2$

Para "x_0", tomamos un número que al cubo se aproxime a 54321, 35, por ejemplo.

$x_0 = 35$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 35 - \frac{(35)^3 - 54321}{3(35)^2} = 35 + \frac{11446}{3675} = 38.114557$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 38.114557 - \frac{1048.75}{4358.15} = 37.873915$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 37.873915 - \frac{6.61}{4303.3} = 37.872378$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 37.872378 + \frac{0.003}{4302.95} = 37.872378$$

Las seis cifras después del punto son idénticas.

Por lo que se concluye que 37.872378 es una buena aproximación de la raíz cúbica de 54321.

$$\boxed{\sqrt[3]{54321} \approx 37.872378}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

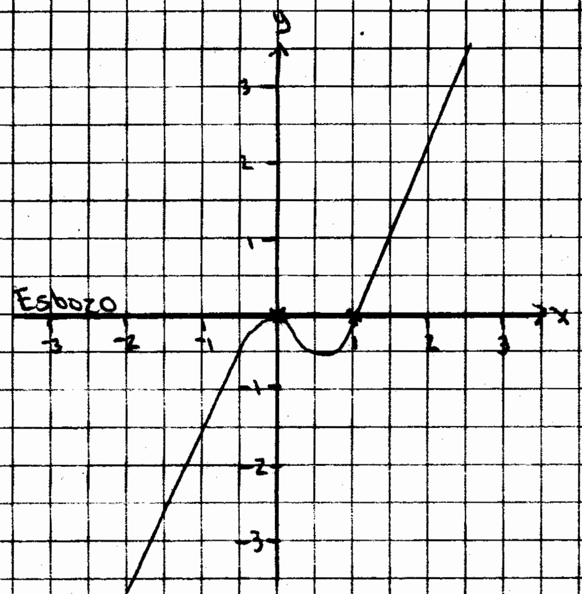
FACULTAD DE CIENCIAS

Profesor: Pablo Barrera Sánchez.	Geometría Analítica I
Alumno: Felipe de Jesús Cerda Hernández.	Grupo: 4048

TAREA (29 de Agosto de 2005) [Fecha Entrega: 31/Ago/05]

I. Realizar las gráficas de las siguientes funciones y discutir sus propiedades que parezcan evidentes.

1) $f(x) = x^3 - x^2$



Se puede observar que el factor común "x" y el factor "x^2" aparecen en la función, por lo que ésta se puede factorizar así:

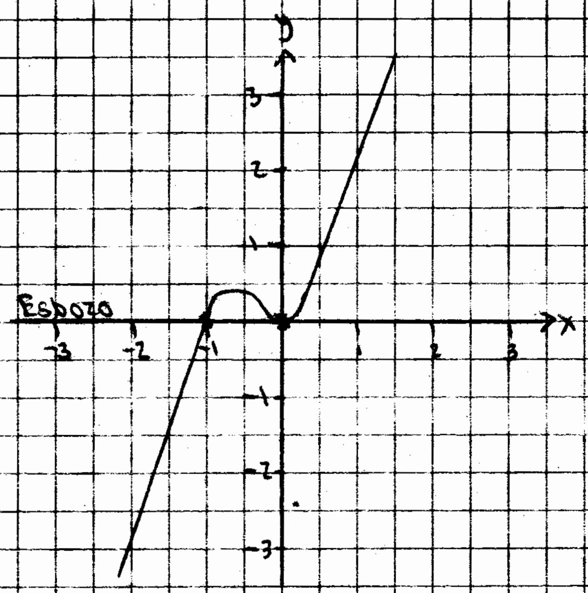
$f(x) = x^3 - x^2 = x(x^2 - x) = x^2(x-1)$

Si la expresión anterior se iguala a cero, se pueden conocer las raíces de la función.

$x_1 = 0$; $x_2 = 1$

Aunque es cúbica, la gráfica sólo tiene dos raíces, por lo que corta al eje "x" una vez y lo toca en otra.

2) $f(x) = x^3 + x^2$



Al igual que en el ejercicio anterior, la $f(x)$ se puede factorizar de tal suerte que nos de los ceros de la función:

$f(x) = x^3 + x^2 = x^2(x+1)$,

donde la función se hace cero para

$x_1 = 0$; $x_2 = -1$

La gráfica también corta al eje una vez y la toca en otra ocasión.