Torrijos Solís Aarón
Geometría Analítica
Grupo: 4048

Identificar el centro de masa de 3 triangulos diferentes dadas las masas en sus vertices y con distancias arbitrarias entre sus vertices, así como la posición en el plano de estos

La estrategia a seguir en los 3 casos es la siguiente:

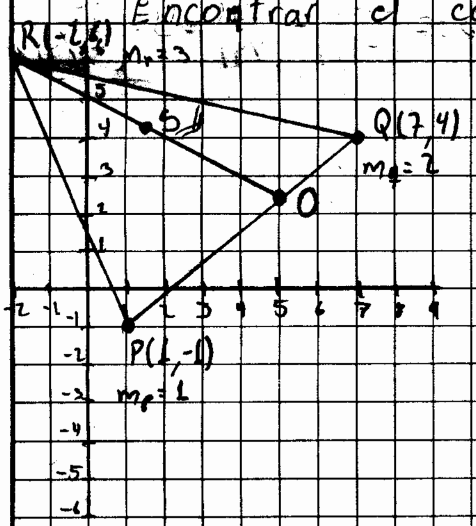
Identificar las fuerzas presentes dos a dos

a) Entre los vertices "P" y "Q" encontrar su punto de equilibrio "O"

b) Entre los vertices "R" y "O" encontrar su punto de equilibrio "S" resolviendo así los problemas.

1) Dadas las masas $m_p = 1$; $m_q = 2$; $m_r = 3$
Supongase que los puntos de los vertices se encuentran en: $P(1,-1)$; $Q(7,4)$; $R(-2,6)$

Encontrar el centro de masa "S".



a) $O = \frac{m_p}{m_p+m_q}(P) + \frac{m_q}{m_p+m_q}(Q)$

$O = \frac{1}{1+2}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} + \frac{2}{1+2}\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix} \rightarrow O = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} + \frac{2}{3}\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix}$

$O = \begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\-\frac{1}{3}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\frac{14}{3}\\\frac{8}{3}\end{pmatrix} \rightarrow O = \begin{pmatrix}\frac{15}{3}\\\frac{7}{3}\end{pmatrix} \rightarrow O = \begin{pmatrix}5\\\frac{7}{3}\end{pmatrix}$

b) Sabemos que:
$O(5, 7/3)$; $m_p + m_q = m_o$

$S = \frac{m_r}{m_r+(m_p+m_q)}(R) + \frac{(m_p+m_q)}{m_r+(m_p+m_q)}(O)$

$S = \frac{3}{3+3}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix} + \frac{3}{3+3}\begin{pmatrix}5\\7/3\end{pmatrix}$

$S = \frac{3}{6}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix} + \frac{3}{6}\begin{pmatrix}5\\7/3\end{pmatrix} \rightarrow S = \begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}5/2\\7/6\end{pmatrix} \rightarrow S = \begin{pmatrix}3/2\\25/6\end{pmatrix}$

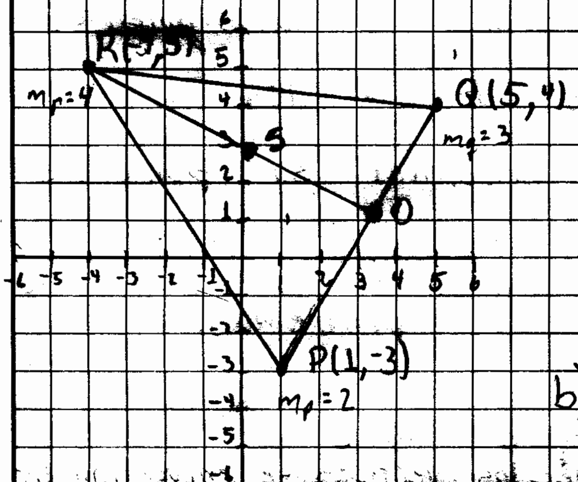
Centro de masa $S(3/2, 25/6)$

2) Dadas las masas $m_p = 2$; $m_q = 3$; $m_r = 4$

Supongase que los vertices tienen sus puntos en:

$P(1, -3)$; $Q(5, 4)$; $R(-4, 5)$

Encontrar su centro de masa "S".



a) $O = \frac{m_p}{m_p + m_q}(P) + \frac{m_q}{m_p + m_q} = (Q)$

$O = \frac{2}{2+3}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \frac{3}{2+3}\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow O = \frac{2}{5}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \frac{3}{5}\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$

$O = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{6}{5} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{12}{5} \end{pmatrix} \rightarrow O = \begin{pmatrix} \frac{17}{5} \\ \frac{6}{5} \end{pmatrix}$

b) Sabemos que:

$O(17/5, 6/5)$; $m_p + m_q = m_o$

$S = \frac{m_r}{m_r + (m_p + m_q)}(R) + \frac{(m_p + m_q)}{m_r + (m_p + m_q)}(O)$

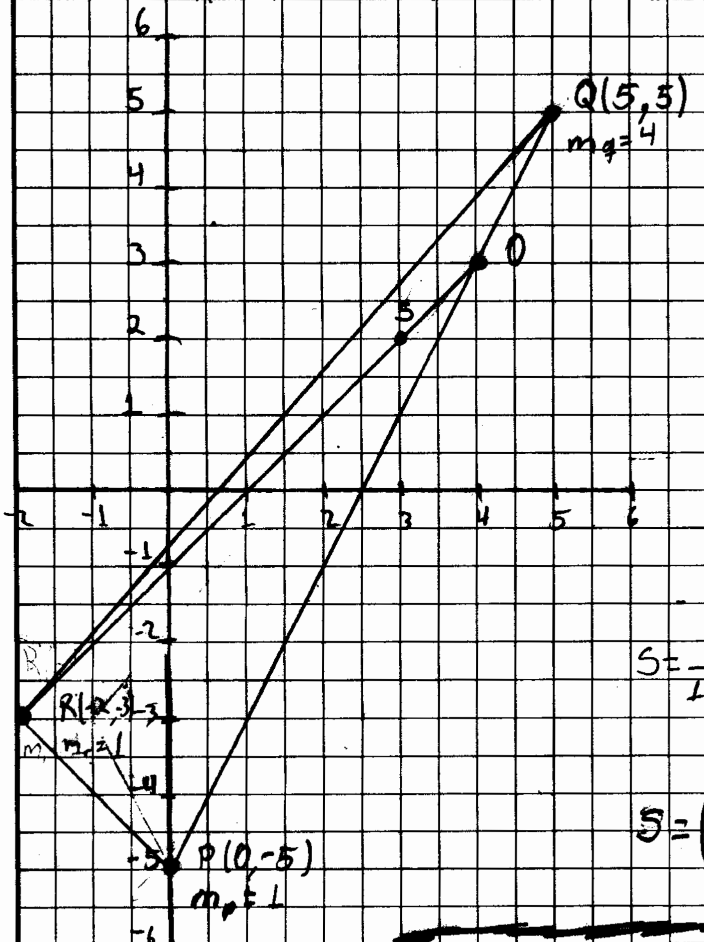
$S = \frac{4}{4+5}\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{5}{4+5}\begin{pmatrix} 17/5 \\ 6/5 \end{pmatrix} \rightarrow S = \frac{4}{9}\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{5}{9}\begin{pmatrix} 17/5 \\ 6/5 \end{pmatrix} \rightarrow S = \begin{pmatrix} -16/9 \\ 20/9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 17/9 \\ 6/9 \end{pmatrix} \rightarrow S = \begin{pmatrix} 1/9 \\ 26/9 \end{pmatrix}$

centro de masa $S(1/9, 26/9)$

Torrijos Solís Aarón
Geometría Analítica
Grupo: 4048

3) Dadas las masas $m_p = 1$ $m_q = 4$ $m_r = 1$
Supongase que los puntos de los vertices son:
$P(0,-5)$; $Q(5,5)$; $R(-2,-3)$

Encontrar el centro de masa "S"



a) $O = \frac{m_p}{m_p+m_q}(P) + \frac{m_q}{m_p+m_q}(Q)$

$O = \frac{1}{1+4}\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix} + \frac{4}{1+4}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$

$O = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix} + \frac{4}{5}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix} \Rightarrow O = \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix} \Rightarrow O = \begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$

b) Sabemos que:
$O(4,3)$; $m_p + m_q = m_o$

$S = \frac{m_r}{m_r+(m_p+m_q)}(R) + \frac{(m_p+m_q)}{m_r+(m_p+m_q)}(O)$

$S = \frac{1}{1+5}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix} + \frac{5}{1+5}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix} \Rightarrow S = \frac{1}{6}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix} + \frac{5}{6}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$

$S = \begin{pmatrix}-2/6\\-3/6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}20/6\\15/6\end{pmatrix} \Rightarrow S = \begin{pmatrix}\frac{18}{6}\\\frac{12}{6}\end{pmatrix} \Rightarrow S = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

Centro de masa $S(3,2)$