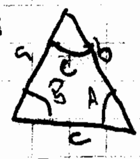
Mauricio del Razo Sarmina.
Geometría Analítica I.
Tarea:

A_T = Área total

① Deducción de la Fórmula de Herón:

Si: 

$$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \qquad s=\frac{a+b+c}{2}$$

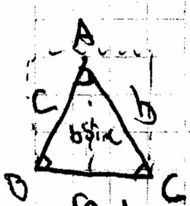
Deducción:

Ley de Cosenos: $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ ∴ $\boxed{\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}}$

Identidad: $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$

$$\therefore \sin\theta=\sqrt{1-\frac{(a^2+b^2-c^2)^2}{4a^2b^2}}=\sqrt{\frac{4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2}{4a^2b^2}}$$

$$\sin C=\frac{\sqrt{4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2}}{2ab}$$



Sabemos que ~~la altura de un triángulo~~ de base "a" es de $b\sin C$. ⇒

$$A_T=\frac{1}{2}b\cdot h=\frac{1}{2}ab\sin C$$

$$\therefore A_T=\frac{ab\sqrt{4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2}}{2\cdot 2ab}=\frac{1}{4}\sqrt{4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{-a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2}{16}}$$

$$=\sqrt{\underbrace{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)}_{s}\left(\frac{-a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a-b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b-c}{2}\right)}$$

$$=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

- A partir de la ley de cosenos, de una identidad y de una propiedad, logramos saber ~~los términos de la altura~~ la altura en términos de a, b, c. De allí se puede saber el área con la base. Simplificando llegamos a la fórmula de Herón. También se puede deducir con determinantes.

(2a) Si ~~HAY~~ FORMULA GENERAL:

$$A_T = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd\cos^2\alpha}$$

DONDE $s = \frac{a+b+c+d}{2}$ y α = Semisuma de 2 ángulos opuestos. $\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}$

HAY VARIAS PORQUE EXISTEN CASOS PARTICULARES DE CUADRILÁTEROS EN DONDE SE PUEDE SIMPLIFICAR LA FORMULA GENERAL PARA ASÍ SER MAS EFECTIVO. Ej: Cuadrado $= 4a$, Rectangulo $= ab$, ~ Trapecio, Rombo, Cuadrilatero cíclico, Etc...

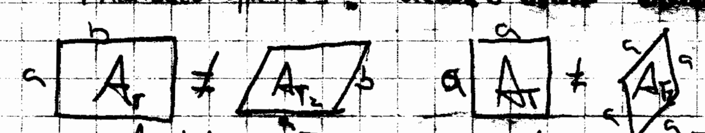
EN LOS CUADRILATEROS CÍCLICOS LA SUMA DE ANGULOS OPUESTOS ENTRE DOS DA 90°∴ $\cos\alpha = 0$ Y POR ESO SE SIMPLIFICA LA FORMULA.

CUADRILATERO CÍCLICO ⇒ LA SEMI-SUMA DE 2 ∡ OPUESTOS = 90. (Que puntos ser inscritos en un círculo).

(2b) No encontré INFO Y LA DEDUCCIÓN ES DIFICIL, PERO LA FORMULA $\sqrt{abcd} = A_T$ CUMPLE PARA CUADRADOS ; CUMPLE PARA RECTANGULOS

$$A_T = \sqrt{a^4} = a^2 \qquad A_T = \sqrt{a^2b^2} = ab$$

Y AL PARECER ~~NO CUMPLE PARA PARALELOGRAMO~~ CUMPLE PARA OTROS PARALELOGRAMOS. ~~Porque~~



$A_T \neq A_{T_2} \neq \sqrt{abcd}$ $A_T \neq A_{T_2} \neq \sqrt{abcd}$

Y CREO QUE TAMPOCO CUMPLE PARA TRAPECIOS.

Si es cíclico, $\alpha = 180°$ $A_T = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ si es bicíclico, $A_T = \sqrt{abcd}$

(3) Si ME DAN a, b, c y d. LOS SUSTITUYO EN LA FORMULA GENERAL Y DESPEJO α. DESPUES ELIJO UN α_1 tal que $\alpha = \frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}$ | $\alpha_n > 0$ DESPEJAMOS A α_2. TRAZO dos segmentos de longitud "a" y "b" con un ángulo en el punto inicial de α_1. Por otro LADO HAGO LO MISMO CON "c y d" y α_2. Despues junto los 4 puntos finales. Es probable que en lugar de tomar a y b o c y d tenga que tomar a y c ó b y d etc... Dibujo.

Ej: Si $a=b=c=d=5$ $90 = \frac{90+\alpha_2}{2}$

$\alpha_2 = 90$