GEOMETRIA ANALITICA I 26-SEP-05

BERNAL LARIOS MIRIAM ESTHER

Graficar

a) $y^2+x^3=1$

Consideremos que ocure cuando

$x=0$, $y=\pm\sqrt{1}=\pm 1$

$y=0$, $x=\sqrt[3]{1}=1$

Lo que nos dice que la grafica cruza el eje x en 1, y el eje y en -1 y 1.

Si despejamos y, obtenemos

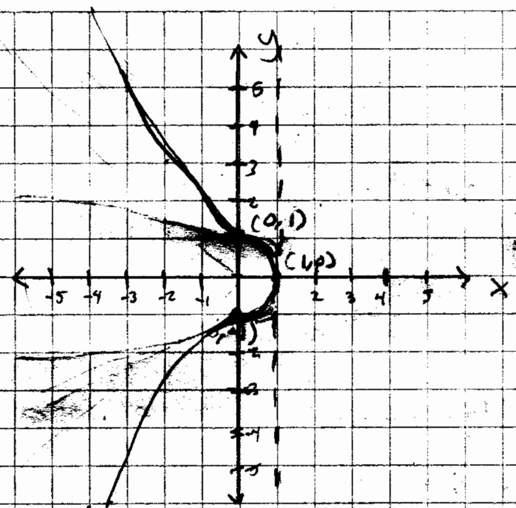
$y=\pm\sqrt{1-x^3}$, y ya que es una raiz par, necesitamos que $1-x^3$ no sea negativo, o decir $1-x^3 \geq 0$, resolviendo la desigualdad llegamos a $x \leq 1$ (lo cual es claro ver en la ecuacion en la forma $y^2+x^3=1$, ya que si x^3 es mayor a 1, solo un valor negativo por parte de y^2 compensaria este numero, para dar como suma de ambos 1, pero ya que y^2 es una potencia par, no puede ser negativa para valor alguno de y)

Ahora, si despejamos x tenemos que

$x=\sqrt[3]{1-y^2}$

Vemos que y^2 siempre sera positiva o cero, pero como se resta a 1, para cualquier valor en el intervalo $(0,\infty)$, $1-y^2$ sera negativo, mientras que para el intervalo $[0,1]$ sera positivo o cero (recordemos que $x \leq 1$, si deseamos solo soluciones reales)

Observemos que si $|x| >> 1$, la grafica se comporta como $y \sim \sqrt{x^3}$. Cuando x va de cero hasta 1, la grafica se comporta como $y \sim \sqrt{1}=1$, pero cuando los valores son muy cercanos a 1, lo cual implica que $x^3 \sim 1$, la grafica se comporta como $y \sim \sqrt{1-1}=0$, cuando es proximo a 1 en x, en y es cercano a cero. Con esto vemos que la grafica se ve de la forma mostrada al reverso, y recordemos que para obtener y se emplea una raiz par, por lo que la grafica es simetrica respecto al eje x.



b) $y^2 - x^3 = 1$

Veamos que

si $x = 0$, $y = \pm\sqrt{1} = \pm 1$
si $y = 0$, $x = \sqrt[3]{-1} = -1$

Si despejamos y, obtenemos

$y = \pm\sqrt{1 + x^3}$

Necesitamos satisfacer $1 + x^3 \geq 0$, y resolviendo la desigualdad, llegamos a que $x \geq -1$

Ahora si despejamos x, tenemos que

$x = \sqrt[3]{y^2 - 1}$

Observamos que y^2 siempre será positiva, lo cual hace que en el intervalo para $y \in (1, \infty)$, $y^2 - 1$ será positivo, y su raíz cúbica también lo será, pero si $y \in (1, -1)$, x será negativa.

Cuando $|x| \gg 1$, la gráfica se comporta como $y \sim \sqrt{x^3}$. Cuando $|x| \ll 1$, la gráfica se comporta como $y \approx \sqrt{1} = 1$, mientras que si x es cercano a -1, la gráfica se comporta como $y \approx \sqrt{1 + (-1)} = 0$.

Con esto observamos que la gráfica se ve así