Geometría Analítica 2
Trabajo 6

Encuentra la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos $(1,2,-3)$, $(0,-1,1)$, $(4,4,200)$ y demuestra que para cualesquiera $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$, los números $x' = \alpha_1 + 4\alpha_2$, $y' = 3\alpha_1 + 5\alpha_2 - 1$, $z' = 1 - 4\alpha_1 + 199\alpha_2$ se encuentran en el plano.

Los 3 puntos dados se encuentran en un plano si y sólo si:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 200 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Ahora simplificaremos esta expresión con ayuda de las propiedades de los determinantes.

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 212 & -3 \end{vmatrix} = 0 \iff \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -212 & 3 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 212 & -3 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & -3 \end{vmatrix} z$$

$$- \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 212 \end{vmatrix} = 0 \iff x \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & -208 & 7 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 212 & -3 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} z - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 212 \end{vmatrix} = 0$$

$$\iff \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 208 & 7 \end{vmatrix} x - (-3 - 212)y + (3+4)z - (-212+4) = 0$$

$$\iff (7 - 624)x - (-215)y + 7z - (-208) = 0$$

$$\iff -617x + 215y + 7z + 208 = 0$$

$\therefore$ $-617x + 215y + 7z + 208 = 0$ es la ecuación implícita del plano.

Ahora, para cualesquiera α_1 y α_2 en $\mathbb{R}$, comprobaremos que x', y', z' pertenecen al plano.

$$-617x' + 215y' + 7z' + 208 = -617(\alpha_1 + 4\alpha_2) + 215(3\alpha_1 + 5\alpha_2 - 1) + 7(1 - 4\alpha_1 + 199\alpha_2)$$

$$+208 = -617\alpha_1 - 2468\alpha_2 + 645\alpha_1 - 215 + 1075\alpha_2 + 7 - 28\alpha_1 + 1393\alpha_2 + 208$$

$$= (-617 + 645 - 28)\alpha_1 + (-2468 + 1075 + 1393)\alpha_2 + (-215 + 7 + 208) = 0.$$

o b/ (x', y', z') pertenece al plano.