Geometría Analítica II

Lectura 3

Ayudante: Guilmer González — Día 22 de febrero, 2005

El día de hoy veremos:

0. Comentarios sobre los trabajos.
5. Algunos ejercicios sobre coordenadas baricéntricas y planos.

1 Algunos ejercicios: coordenadas baricénticas

En $\mathbb{R}^2$, consideremos un punto de referencia O, y dos vectores V_1 y V_2

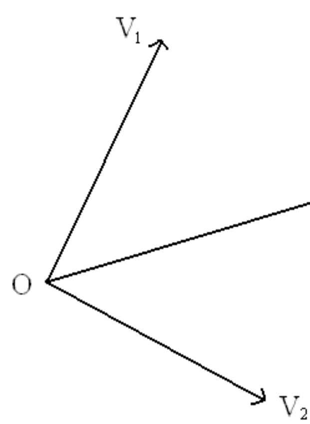

Figura 1: Vectores de referencia.

el problema es expresar un punto P en término de los vectores $\vec{V_1}$ y $\vec{V_2}$. La idea es representar $\vec{OP}$ en combinación lineal con $\vec{V_1}$ y $\vec{V_2}$

$$\vec{OP} = \alpha_1 \vec{V_1} + \alpha_2 \vec{V_2}$$

con esto, tenemos un sistema de referencia de $\vec{OP}$ con respecto a $\vec{V_1}$ y $\vec{V_2}$.

Ejercicio: Considere el punto $P(-2,3)$ y los vectores $V_1(3,1)$ y $V_2(-4,2)$. Observe el punto P en base a los vectores V_1 y V_2. `Pasar a alguien a la pizarra, hacer comentarios`

Ejercicio: Ahora considere otro punto de referencia $O'(1,1)$. Observe el punto P en base a los vectores V_1 y V_2. `Pasar a alguien a la pizarra, hacer comentarios.`

Obs: En $\mathbb{R}^2$ podemos usar un triángulo para hacer referencia a un punto en términos de los vértices (en general, sobre cualquier conjunto de puntos, más 3 es suficiente.)

Para esto, usemos dos vectores de referencia, digamos $\vec{V_1} = P_1\vec{P_2}$ y $\vec{V_2} = P_1\vec{P_3}$, con esto, la idea es encontrar

$$P_1\vec{P} = \alpha_1 P_1\vec{P_2} + \alpha_2 P_1\vec{P_3}$$

Ejercicio: Encuentre las coordenadas del punto $P(4,4)$ con respecto a los puntos $P_1(3,8)$, $P_2(1,2)$ y $P(5,3)$. `Pasar a alguien a la pizarra, hacer comentarios.`

Obs: En principio tenemos un vector de referencia en término de otros dos, sin embargo, esos vectores tienen un punto de origen O, luego, con especto a ese punto de origen podemos representar las coordenadas del punto P en érminos de los otros tres $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, esas son las coordenadas baricéntricas del punto P con respecto a P_1, P_2 y P_3

2 Coordenadas baricéntricas y la ecuación del plano

En $\mathbb{R}^3$ podemos hacer uso de las coordenadas baricéntricas para encontrar la ecuación del plano que describen 3 puntos P_1, P_2 y P_3 no colineales.

La idea es elemental, fijemos un punto de referencia digamos P_1 y consideremos dos vectores $\vec{V_1}$ y $\vec{V_2}$ de referencia, digamos $P_1\vec{P_2}$ y $P_1\vec{P_3}$

Dado un punto $P(x, y, z$ en el plano, se cumple que

$$\vec{P_1P} = \alpha_1 \vec{P_1P_2} + \vec{P_1P_3}$$

con esto, podremos expresar las coordenadas del punto $P(x, y, z)$ en términos de α_1 y α_2

$$\begin{aligned} x &= f(\alpha_1, \alpha_2) \\ y &= g(\alpha_1, \alpha_2) \\ z &= h(\alpha_1, \alpha_2) \end{aligned}$$

Ejercicio: Considere los puntos $P_(1, 2, 3)$, $P_2(-3, 0, 4)$ y $P_3(1, -1, 3)$, encuentre una expresión implícita para el plano que pasa por esos puntos.