Geometría Analítica I

Tarea Examen 4

Profesor: Pablo Barrera　　　　　　Día 02 de diciembre, 2004

Resuelva adecuadamente los siguientes ejercicios.

1. Construya un hongo parabólico.

2. Grafique

   (a) $x^3 - y^3 = x + y$

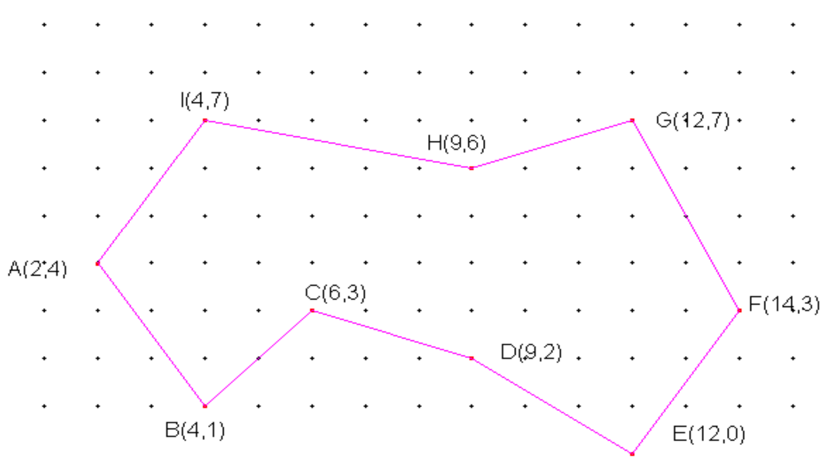
   (b) $p(x) = (x^2 - 4)x(x - 5) + 1$, y encuentre sus raíces.

   (c) $q(x) = x(x - 2)(x + 4) + 1$, y encuentre sus raíces.

   (d) $r(x) = (x^2 - x)/(x - 3)$

3. Área de figuras planas.

   (a) Calcule el área de la región poligonal cerrada, comprendida por los puntos $A(2,4)$, $B(4,1)$, $C(6,3)$, $D(9,2)$, $E(12,0)$, $F(14,3)$, $G(12,7)$, $H(9,6)$ y $I(4,7)$.



   (b) Obtenga la fórmula de Herón, para el cálculo del área de un triángulo, de un cuadrilátero y de un cuadrilátero cíclico.

(c) Construya un cuadrilátero cíclico cuyos lados son $a = 9$, $b = 8$, $c = 5$, y $d = 5.8$.

(d) Construya un cuadrilátero bicéntrico cuyos lados son $a = 8.93$, $b = 8$, $c = 5$ y $d = 5.93$.

4. Dado el triángulo $\triangle ABC$ cuyos lados son $a = 4$, $b = 5$ y $c = \sqrt{17}$, indique la medida de sus ángulos α, β y γ; calcule la medida del inradio y del exradio.

5. Considere el cuadrilátero cíclico $ABCD$, cuyos lados son a, b, c y d. Calcule sus diagonales.

6. Si un polígono, tiene sus lados iguales, ¿tiene sus ángulos interiores iguales? Si un polígono tiene sus lados interiores iguales, ¿tiene sus lados iguales?

7. Considere el triángulo $\triangle ABC$ formado por los vértices $A(8, 4)$, $B(-4, -2)$ y $C(6, 0)$. Calcule las coordenadas baricéntricas del

   (a) Baricentro.

   (b) Circuncentro.

   (c) Incentro.

   (d) Ortocentro.

8. Grupos de simetría.

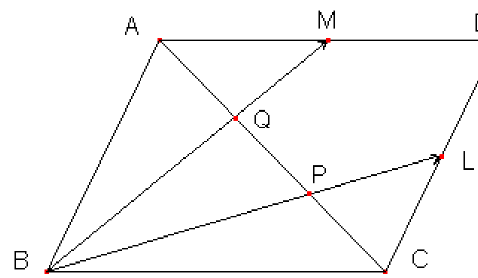
   (a) Calcule el grupo de simetría del pentágono.

   (b) Calcule el grupo de simetría del cubo.

   (c) ¿Qué es $\mathbb{Z}_5$?

9. Considere el paralelogramo formado por $ABCD$. Del vértice B se tira un segmento hacia el punto medio del lado AD, y uno mas hacia el punto medio de CD. Estos segmentos cortan a la diagonal AC en P y Q, como se muestra en la figura:

.



Determine los puntos P y Q.

10. Considere dos par de rectas es su forma explícita:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &: \vec{q}(t) = \vec{p}_0 + t\vec{a}_0 \\ \mathcal{L}_1 &: \vec{r}(s) = \vec{p}_1 + s\vec{a}_1 \end{aligned}$$

   (a) ¿Cómo podemos saber si $\mathcal{L}_0 \parallel \mathcal{L}_1$?
   (b) ¿Cómo podemos saber si $\mathcal{L}_0 \perp \mathcal{L}_1$?

11. Considere dos par de rectas es su forma implícita:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &: \vec{n}_0 \cdot (p - p_0) = 0 \\ \mathcal{L}_1 &: \vec{n}_1 \cdot (p - p_1) = 0 \end{aligned}$$

   (a) ¿Cómo podemos saber si $\mathcal{L}_0 \parallel \mathcal{L}_1$?
   (b) ¿Cómo podemos saber si $\mathcal{L}_0 \perp \mathcal{L}_1$?

12. Lugares geométricos. Describa los siguientes lugares geométricos.

   (a) $\mathcal{S} = \{p|\ d(p, \text{eje } x) + d(p, \text{eje } y) = 4\}$
   (b) $\mathcal{S} = \left\{p|\ d(p, y = \frac{1}{2}x) + d(p, y = -\frac{1}{2}x) = \text{cte.}\right\}$
   (c) $\mathcal{S} = \{p|\ d(p, \text{semicírculo de radio } 2) = 1\}$
   (d) $\mathcal{S} = \{p|\ d(p, \mathcal{C}((0,0),4)) = d(p,(0,10))\}$

13. Considere el triángulo $\Delta_1 ABC$, formado por los puntos $A(0,3)$, $B(-5,5)$ y $C(2,1)$; de igual forma, el triángulo $\Delta_2 DEF$, formado por los puntos $D(0,-1)$, $E(-6,-3)$ y $F(3,-3)$. Muestre que esos triángulos se encuentran en perspectiva y encuentre el eje de perspectiva.

14. Trace y describa el lugar geométrico de los puntos que se encuentra a igual distancia de la circunferencia $\mathcal{C}_0$ a la $\mathcal{C}_1$,

$$\mathcal{S} = \{p|\ d(p, \mathcal{C}_0(p_0, r_0)) = d(p, \mathcal{C}_1(p_1, r_1))\}$$

donde

(a) $\mathcal{C}_0 = \mathcal{C}_0((-4,1),6); \quad \mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_1((3,10),2).$

(b) $\mathcal{C}_0 = \mathcal{C}_0((-4,1),6); \quad \mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_1((-6,3),1).$

(c) $\mathcal{C}_0 = \mathcal{C}_0((-4,1),6); \quad \mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_1((3,1),5).$

Nota: Argumente adecuadamente su respuesta, no serán tomadas en cuenta observaciones o señalamientos que realicen, sin su debida justificación.