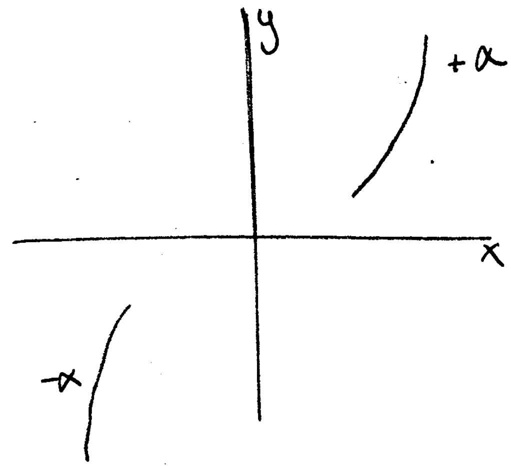
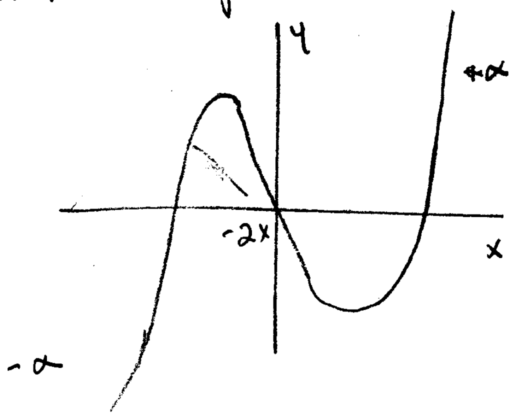
María Mansorova

① $p(x)=x^3+3x^2-2x-2$

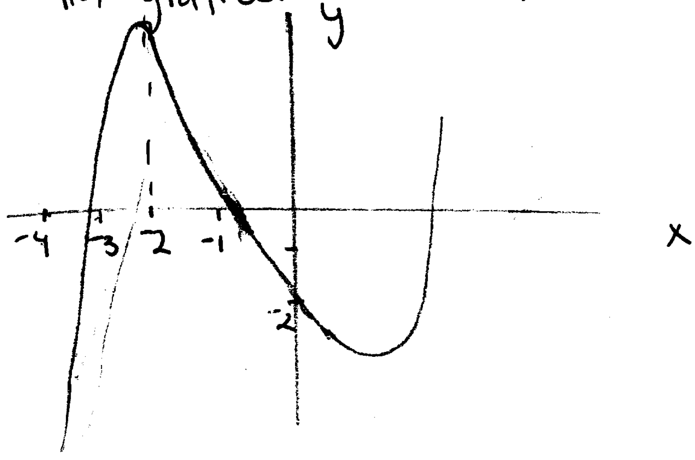
El primer paso es observar el miembro de mayor potencia: x^3 Vemos que no tiene ningún coeficiente y por lo tanto para $x \to +\infty$ $p(x)$ es creciente y negativa y para $x \to +\infty$ $p(x)$ es creciente y positiva.



Ahora, alrededor del cero (o sea en el intervalo $-1<x<1$) domina el miembro $-2x$. Esto significa que ~~afecta~~ en ese intervalo $p(x)$ se parece mucho a la recta con pendiente -2.



El tercer paso es fijarse en el coeficiente de x^0, que es -2 por lo tanto ~~la~~ la grafica se desplaza 2 unidades hacia abajo



② $p(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$ $\quad p'(x) = 3x^2 + 6x - 2$

Vemos que la grafica es negativa en el intervalo aproximadamente $(-\alpha, -4)$ y positiva en $(-4, -1)$

Por lo tanto en el intervalo $(-\alpha, -1)$ hay un cero de $p(x)$. Se propone $x_0 = -2$ en la formula $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

$$x_1 = -2 - \left(\frac{6}{-2}\right) = 1 \qquad x_3 = 1 - \left(\frac{0}{7}\right) = 1$$

$$x_4 = 1 - \left(\frac{0}{7}\right) = 1$$

$$x_2 = 1 - \left(\frac{0}{7}\right) = 1$$

Como x tiende a 1, sabemos que $x=1$ es cero de la funcion, sin embargo, encontramos un cero fuera del intervalo $(-\alpha, -1)$ que consideramos. Por eso, debe haber otro cero que pertenezca a ese intervalo.

Consideremos $x_0 = -4$

$$x_1 = -4 - \left(\frac{-10}{22}\right) = -4 + 0.4545 = -3.5454$$

$$x_2 = -3.5454 - \left(\frac{-1.7}{14.4}\right) = -3.4273$$

$$x_3 = -3.4273 - \left(\frac{-0.164}{12.67}\right) = -3.4143$$

$$x_4 = -3.4143 - \left(\frac{-0.00107}{12.48}\right) = -3.4142$$

$$x_5 = -3.4142 - \left(\frac{1.6\times10^{-4}}{12.485}\right) = -3.4142$$

Vemos que x tiende a -3.4142, por lo tanto $x = -3.4142$ es una aproximación al cero de la función.

Ahora, notemos que hay cambio de signo en el intervalo $(-2, 0)$. Por eso se sugiere $x = -1$ como el valor inicial

$$x_1 = -1 - \left(\frac{2}{-5}\right) = -0.6$$

$$x_2 = -0.6 - \left(\frac{0.64}{-4.52}\right) = -0.4584$$

$$x_3 = -0.4584 - \left(\frac{-0.5491}{-4.12}\right) = -0.5916$$

$$x_4 = -0.5916 - \left(\frac{0.0261}{-4.499}\right) = -0.5857$$

$$x_5 = -0.5857 - \left(\frac{-3.8 \times 10^{-4}}{-4.485}\right) = -0.5857$$

Vemos que en $x \to -0.5857$, $f(x) \to 0$, por eso $x = -0.5857$ es una aproximación al cero de la función $f(x)$.
No hay más ceros por que $f(x)$ es de tercer grado.

(4)

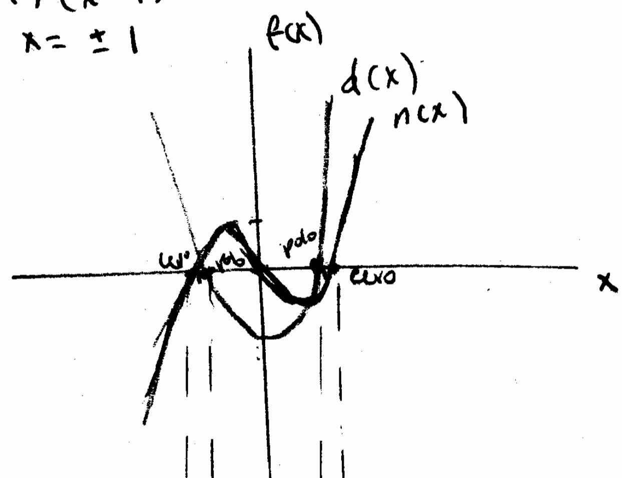
$$r(x) = \frac{(x^2-2)\,x}{x^2-1} = \frac{n(x)}{d(x)}$$

los ceros de la función:

$$(x^2-2)(x) = 0$$
$$x = 0$$
$$x^2 - 2 = 0$$
$$x = \pm\sqrt{2}$$

los polos:

$$x^2 - 1 = 0$$
$$(x+1)(x-1) = 0$$
$$x = \pm 1$$

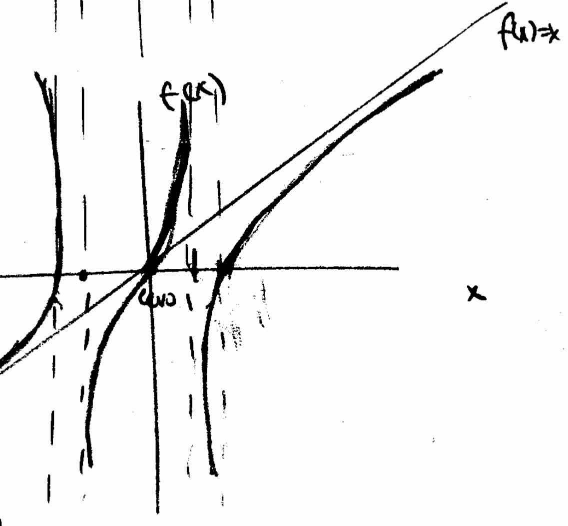


asintotas:

$$\begin{array}{r|l} & x \\ x^2-1 & x^3 - 2x \\ & -x^3 + x \\ \hline & -x + 0 \end{array}$$

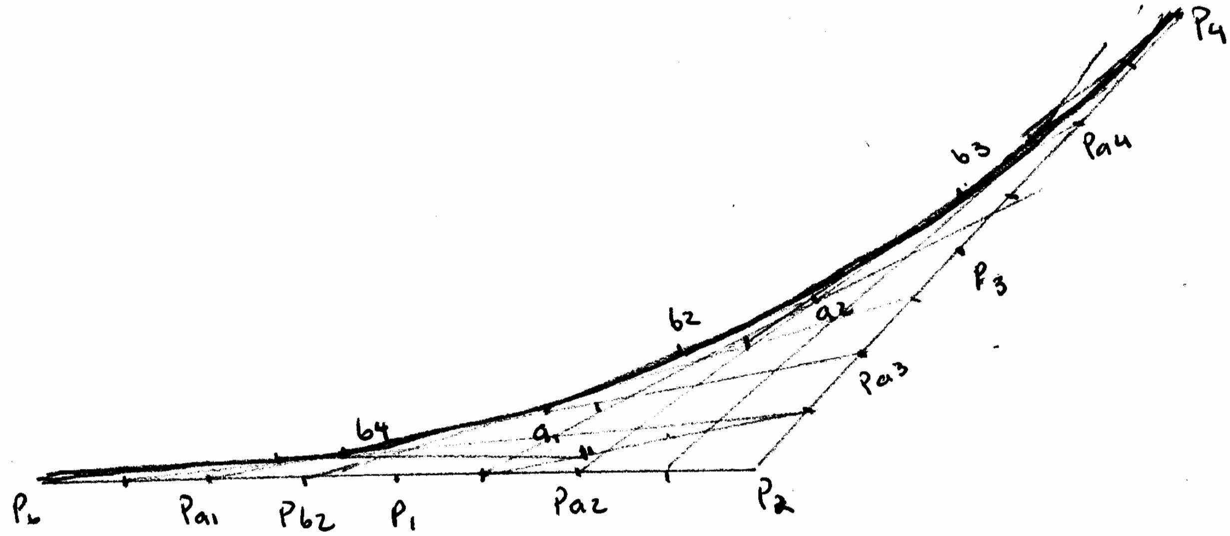
$$\frac{x^3-2x}{x^2-1} = x - \frac{-x}{x^2-1} = x + \frac{x}{x^2-1}$$

$x \to \infty$
$f(x) \to x$



* en el intervalo $(+\sqrt{2}, \infty)$ tanto $d(x)$ como $n(x)$ > 0, por lo tanto la grafica > 0 y se acerca a $y = x$
*) en el intervalo $(1, \sqrt{2})$ la grafica decrece y cruza el cero en $x = 1$
* en el intervalo $(0,1)$ la grafica crece ya que $d(x) < 0$ y $n(x) < 0$
* en el intervalo $(-1, 0)$ grafica decrece ya que $d(x) > 0$, pero $n(x) < 0$
* en ~~intervalo~~ la $(-1, -\sqrt{2})$ la grafica es positiva y decreciente

3



Primero consideramos $r=\frac{1}{2}$, generando el punto P_{a1} entre el segmento $P_0 P_1$, P_{a2} entre el segmento P_{12}, P_{a3} en el segmento $P_2 P_3$ y P_4 en el segmento $P_3 P_4$
Unimos los puntos P_{a1} y P_{a3}, y P_{a2} y P_{a4} y dividimos los segmentos resultantes a razón de $\frac{1}{2}$ generando los puntos a_1 y a_2, ~~que pertenecen a la curva~~. cuyo punto medio pertenece a la curva (b_2)
Repetimos el procedimiento con $r=\frac{3}{4}$, generando b_3, $r=\frac{1}{4}$ da como resultado b_4
Unimos los tres puntos: