Sánchez Sierra, Angel Gabriel

Geometría Analítica I

EXAMEN 1

Prof. Pablo Barrera   Sábado 04 de septiembre, 2004

Resuelva adecuadamente los siguientes problemas.

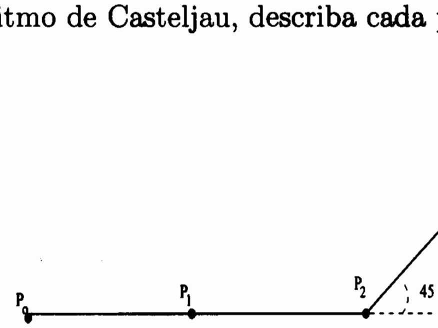
1. Describa la forma de la gráfica de la función y los elementos esenciales que la describen.

$$p(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

Trace la forma que se espera presente, haga el análisis.

2. Usando el método de Newton encuentre los ceros del polinomio anterior. Del punto inicial que proponga, lleve a cabo cuando mucho 8 iteraciones y no menos de 4.

3. Observe el siguiente polígono, trace la forma de la curva de Bezier considerando los vértices como los puntos de control y haciendo uso del algoritmo de Casteljau, describa cada paso.

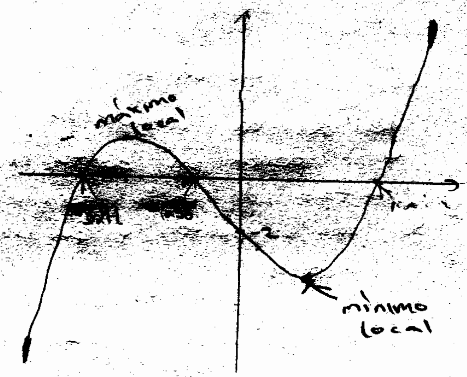


4. Describa la forma que tiene la función racional

$$r(x) = \frac{(x^2-2)x}{x^2-1}$$

Debe indicar las asíntotas, los ceros y la razón por la cual toma la forma que presenta.

① $p(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$



primero vemos que si $x=0$ $y=-2$
el origen esta en $y=-2$
cuando las x son pequeñas, la $-2x$ es la que vale más.
cuando las x son muy grandes, la que es de mayor importancia es la x^3.
se unen, y para ver si se cruza el eje x, se puede hacer el Método de Newton

como es una gráfica de un polinomio de 3er grado, tiene 1 máximo y 1 mínimo local.

② $p(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$

primero se saca la derivada $p'(x)$: $p'(x) = 3x^2 + 6x - 2$

después viendo la gráfica se sugeren varios puntos iniciales
como hay una raiz positiva

$x_1 = 3$

$x_2 = x_1 - \frac{p(x)}{p'(x_1)}$ se utiliza la fórmula de éste método. ~~y con la calculadora se obtiene el resultado~~ calculadora se obtiene el siguiente resultado, como se va sustituyendo para sacar el siguiente es un proceso iterativo, se deja de hacer cuando el valor ya no varia.

$x_2 = 1.93$
$x_3 = 1.32$
$x_4 = 1.06$
$x_5 = 1.0000$
$x_6 = 1$

se prueba con otra x, pero ahora negativa:

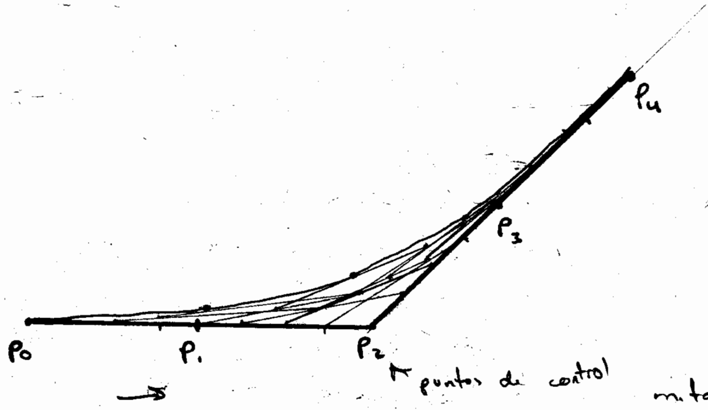
$x_7 = -3$
$x_8 = -3.57$
$x_9 = -3.42$
$x_{10} = -3.41$
$x_{11} = -3.414213562$

se prueba con otra x negativa, porque debe tener 3 raices:

$x_{12} = -.5$
$x_{13} = -.5882$
$x_{14} = -.5857$
$x_{15} = -.585786437$

entonces se puede factorizar la expresión como: $(x-1)(x+.5857)(x+3.4142)$

③



primero se pone un sentido:
de derecha a izquierda
y se pone un punto a la mitad de cada segmento
se unen los puntos y quedan unas rectas
se coloca un punto a la mitad de las nuevas rectas, se unen y se vuelve a poner un punto a la mitad de la nueva recta, así hasta que sólo quede 1 recta. y el último punto pertenece a la recta

después se hace con $\frac{1}{4}$ y con $\frac{3}{4}$ de la recta, se aplica el mismo procedimiento y al final se unen todos los segmentos de la recta. la recta del final, siempre es asíntota a los puntos de control.

④ $r(x) = \dfrac{(x^2-2)x}{x^2-1} = \dfrac{n(x)}{d(x)}$

los valores que están en $n(x)$ representan los ceros
los valores que están en $d(x)$ representan las asíntotas

• ceros: $(x^2-2)x$ $\quad x^2 = 2$, $x = \pm\sqrt{2}$

en $x_1 = 0$
$x_2 = \sqrt{2}$
$x_3 = -\sqrt{2}$

• asíntotas: $x^2 - 1 = 0$
$x^2 = 1$
$x_1 = \sqrt{1}$, $x_2 = -\sqrt{1}$

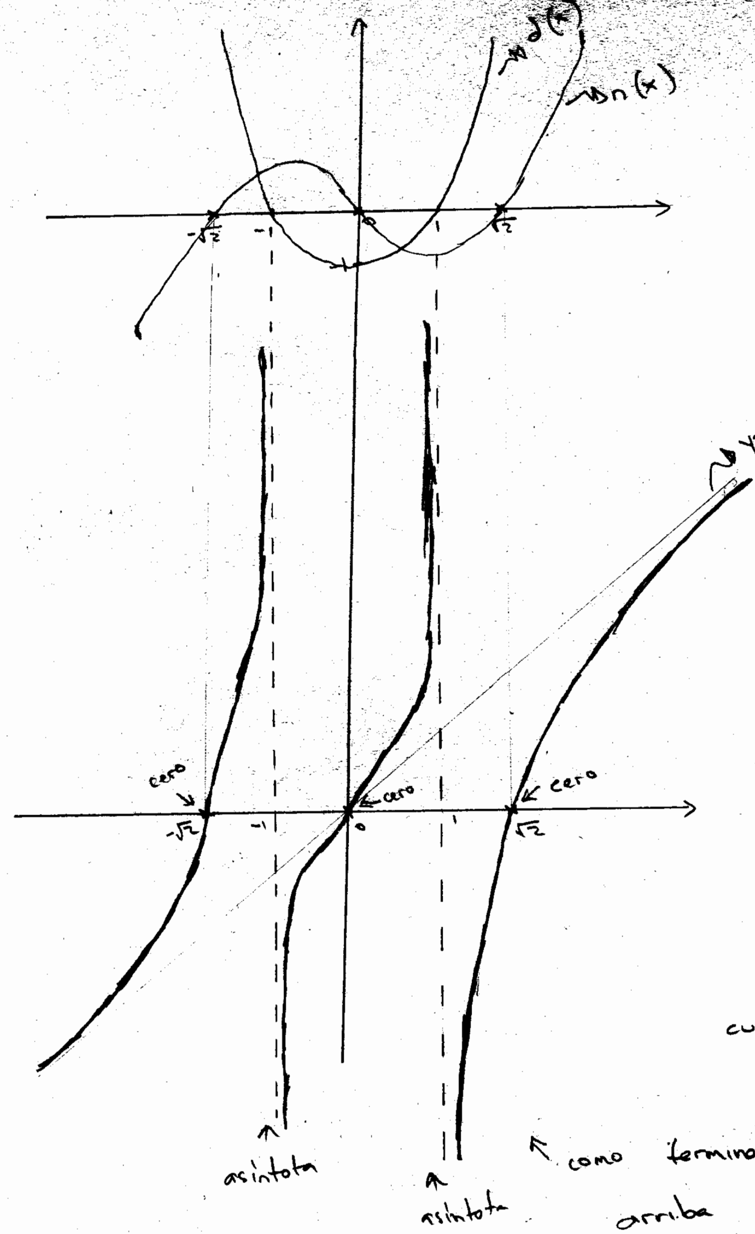
se ve que es de polo sencillo porque es: $(x+1)(x-1)$

como el $n(x)$ es de mayor grado que $d(x)$ se hace la división:

$$\begin{array}{r|l} & x \\ \hline x^2-1 & \cancel{x^3} - 2x \\ & \cancel{-x^3} + x \\ \hline & -x \end{array}$$

$r(x) = x + \dfrac{-x}{x^2-1}$

comp. asmt. = $r(x) \to x$
↳ es una línea de ayuda, nos sirve para ver como se va a mover la curva



se grafica $n(x) = x^3 - 2x$

es una en $x=0$, $y=0$

para x pequeñas gana $-2x$

para x grandes gana x^3

donde cruza con el eje, es donde están los ceros.

se grafica $d(x) = x^2 - 1$

en $x=0$ $y=-1$

es una parábola invertida que cruza en el eje en $+1$ y -1

ahí es donde están las asíntotas

se bajan los puntos

en la parte de abajo, se traza una $f(x)=x$, que va a ser una línea de ayuda

y la gráfica que buscamos, tiende a ser la línea de ayuda

cuando se acerca a valores por el 1, la gráfica tiende a $-\infty$

como termina abajo, comienza del otro lado por arriba porque es de polo sencillo

cuando se acerca a valores de $x=-1$, la gráfica tiende a $+\infty$