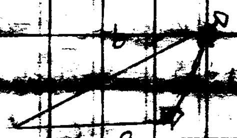
María Mansurova

Geometría Analítica

Tarea VIII 96

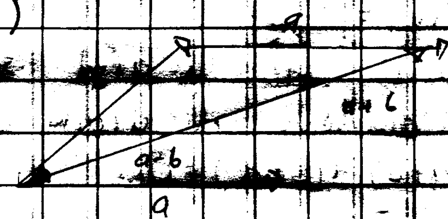
1.- Por los vectores dados a y b construyase los siguientes vectores:

a) $b - a$

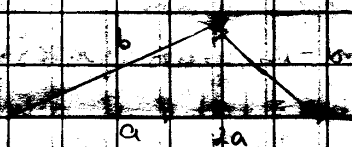


b) $-a - b$

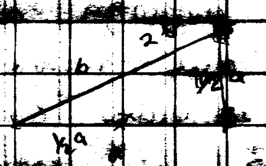
$-a - b = -(a + b)$



c) $2a - b$



d) $\frac{1}{2} a - 2b$



e) $-\frac{1}{3} a$

2.- Halla la suma de los vectores:

a)

$a = c = b'$ por ser radios

cada ángulo = [illegible]

como $c + b'$ es diagonal del paralelogramo

el ángulo que forma con vector $c = 60°$

⇒ es colineal con vector $a$

además como $c + b'$ también es

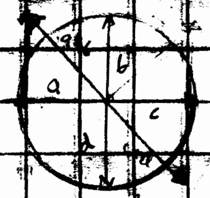
radio $a = c + b'$ ⇒ $a + b - c' = 0$

b)

Si consideramos el ... podemos ver que $|\vec{a}|=|-\vec{a}|$, $|\vec{b}|=|-\vec{b}|$ y $|\vec{c}|=|-\vec{c}|$ o sea que los mismos vectores pero con signo contrario. Entonces $-a-b-c = -(a+b+c)$

Como $(a+b+c)=\vec{0}$ ∴ $-a-b-c = -\vec{0} = \vec{0}$

c)



$a+b+c+d = (a+b)+(c+d)$

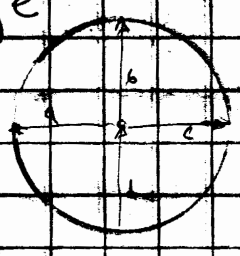
como $|a|=|c|$ y $|b|=|d|$ (por ser radios);

$|a+b| = |c+d|$

además $\vec{b}+\vec{c}$ y $\vec{a}+\vec{d}$ son colineales por que dividen el círculo en dos arcos iguales

$\Rightarrow (a+b)+(c+d)=\vec{0}$

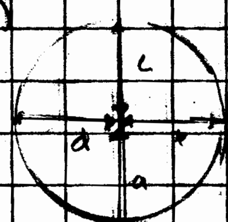
e)



Como $\vec{a}$ y $\vec{c}$ son iguales (por ser radios y tener direcciones opuestas, ya que dividen el círculo en 2 arcos iguales) $\vec{a}+\vec{c}=\vec{0}$

Además $|\vec{b}| = |\vec{d}|$ y tienen la misma dirección. Por lo tanto $\vec{b}+\vec{d} = 2\vec{b}$ ó $2\vec{d}$

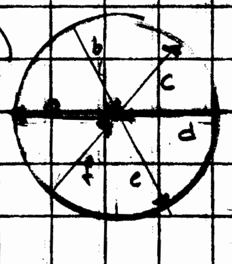
d)



La figura es análoga al inciso c, pero con vectores que tienen sentidos opuestos como en el inciso c resultó que $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$ y esta figura es $-(a+b+c+d)$

$\Rightarrow -(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}) = -(\vec{0}) = \vec{0}$

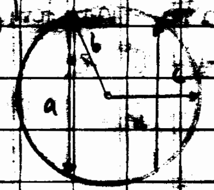
f)



Si sumamos $(\vec{c}+\vec{f})$ y $(\vec{b}+\vec{e})$ y $(\vec{d}+\vec{a})$ podemos ver que resulta una figura análoga al inciso a pero los vectores tienen el doble de longitud $\Rightarrow 2(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}) = (\vec{c}+\vec{f})+(\vec{b}+\vec{e})+(\vec{a}+\vec{d})$

Como $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ $\Rightarrow 2(\vec{0}) = (c+f)+(b+e)+(a+d)$

$c+f+b+e+a+d=\vec{0}$

g) 

Como $\vec{a}$ y $\vec{c}$ valen el mismo ... $|\vec{a}| = |\vec{c}|$ además tienen sentidos opuestos y son paralelos $\Rightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{0}$

por lo tanto $a + b + c + d = b + c$

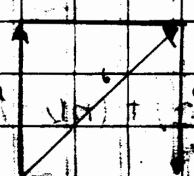
h) 

Sabemos que $a + d + b = \vec{0}$ porque forman un triángulo. Además $c + b + \vec{a} = \vec{0}$

$\Rightarrow 2c + 2b + d + a = \vec{0}$

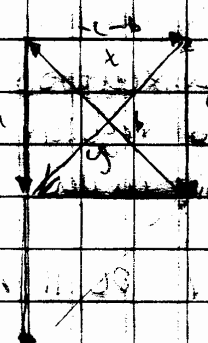
Pero $\vec{d} + \vec{a} = 2\vec{a}$ porque tienen la misma magnitud y dirección $c + b + a = \vec{0} \Rightarrow a + d = \vec{d}$

67.- Halle $a + b + c$

a) 

Como $|\vec{a}| = |\vec{c}|$ y tienen dirección opuesta pero son paralelos, $\vec{a} = -\vec{c}$

$\Rightarrow \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{a} = \vec{b}$

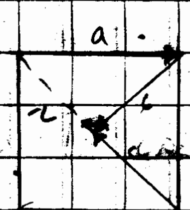
b) 

$x = -c - b \Rightarrow -x = c + b$

$\Rightarrow a + c + b = a - x$

$a + x = y$

O sea, me dió la otra diagonal

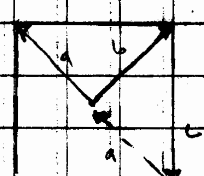
c) 

Podemos ver que $c + a = b$

$\Rightarrow -c - a + b = \vec{0}$

$-(c + a + b) = \vec{0}$

$\vec{c} + \vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

d) 

Trasladamos el vector $a$ como se muestra en la figura. Los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ forman un triángulo $\Rightarrow a + b + c = \vec{0}$

4.- Dos fuerzas $F_1$ y $F_2$ actúan sobre un punto material. Hállese la resultante si $|F_1| = 8N$, $|F_2| = 6N$ y el ángulo ~~es de 90°~~


Por pitágoras $|F_R|^2 = |F_1|^2 + |F_2|^2$

$|F_R|^2 = 64 + 36$

$|F_R| = 10\ N$

5.- Trácese pentágono ABCDE y hállese la suma de $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EA}$


$BC = AC - AB$

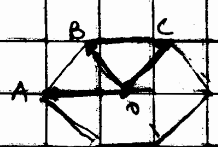
$CD = AD - AC$

$DE = AE - AD$

$AB + BC + CD + DE + EA = \cancel{AB} + (AC - \cancel{AB}) + (\cancel{AD} - \cancel{AC})$

$+ (AE - \cancel{AD}) + EA = AE + EA = AE - AE = \vec{0}$

6.- Tres fuerzas dirigidas a tres vértices consecutivos no están aplicadas al centro de un hexágono regular. Hállese la magnitud de la resultante, si cada una de las fuerzas es igual a 1 N

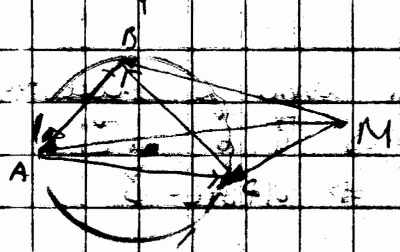



Como es hexágono regular $OC \parallel AB$

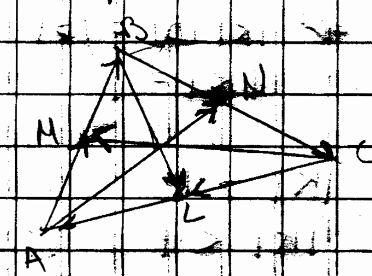
y $AO \parallel BC$

$\Rightarrow |OC + OA| = |OB| = 1$

7.- Hállese la resultante de 3 fuerzas aplicadas al punto M



8.- Demuestre que las medianas de cualquier triángulo se puede construir un triángulo.




Si consideramos $\triangle ANC \Rightarrow$

$AN + NC + CA = \vec{0}$

Si consideramos $\triangle CMB$

$CM + MB + BC = \vec{0}$

Si consideramos $\triangle BLA \Rightarrow$

$BL + LA + AB = \vec{0}$

Si sumamos las tres expresiones:

$AN + NC + CA + CM + MB + BC + BL + LA + AB = \vec{0}$

Pero sabemos que $AB + BC + CA = \vec{0}$ por que forman $\triangle$

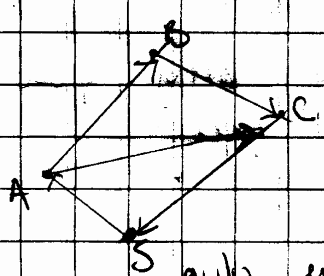
$\Rightarrow AN + NC + CM + MB + BL + LA = \vec{0}$

pero $NC + LA + MB = \frac{1}{2}(AB + BC + CA) = \vec{0}$

$\Rightarrow AN + CM + BL = \vec{0}$

∴ Por lo tanto $\vec{AN}, \vec{CM}, \vec{BL}$ forman un triángulo

9.- Halle $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CS}$ y $\vec{AC} + \vec{CS} + \vec{SA} + \vec{AB}$




Como ABCS es tetraedro, entonces

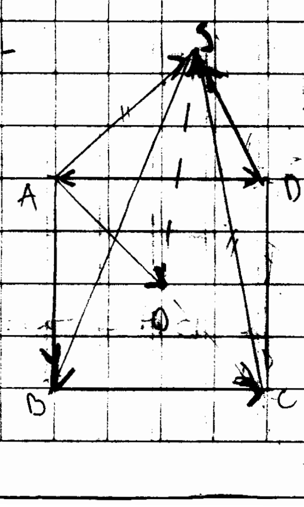
$AB + BC + CS + SA = \vec{0}$

$\Rightarrow AB + BC + CS = -SA = AS$

Como $\vec{AC}$, $\vec{CS}$ y $\vec{SA}$ forman un triángulo entonces $\vec{AC} + \vec{CS} + \vec{SA} = \vec{0}$

$\Rightarrow AC + CS + SA + AB = \vec{0} + \vec{AB} = \vec{AB}$

10.-




$\cancel{OS} + DS + \cancel{BC} + AO + SB = AS + AD + AB + DA$

Consideramos $\triangle SBC$. $SB + BC + CS = \vec{0}$

$\Rightarrow SB + BC = -CS$

Consideramos $\triangle AOS$. $AO + OS + SA = 0$

$AO + OS = -SA$

$\Rightarrow AO + OS + SB + BC + DS = -CS - SA + DS$

$= -(CS + SA) + DS = -CA + DS = \underline{AC + DS}$

$AC + DS = AS + AB \qquad AB = DC$

$\Rightarrow AC + DS = AS + DC \quad AC + DS - AS - DC = \vec{0}$ por que forma un tetraedro

11.- Sea $a = k b$ $(a \neq 0)$. Para qué valores de $k$

a) $|a| = |b|$

como $a = kb \Rightarrow |kb| = |b| \Rightarrow |k|\,|b| = |b|$

$|k| = \frac{|b|}{|b|}$ $\quad |k| = 1$

b) $|a| > |b| = |k|\,|b| > |b| \Rightarrow |k| > 1$

c) $|a| < |b|$ — $|k|\,|b| < |b| \Rightarrow |k| < 1$

12.- Determine valores de $k$ para los cuales $ka$ es

a) es igual a $a$

$|k a| = a$

$|k|\,|a| = a$ $\quad k = 1$

b) es mayor que $3a$ ... es una locura

$ka > 3a$

$k > 3$ $\quad k > 3$

c) es menor de $5a$

$ka < 5a$ $\quad k < 5$

13.- Determínese el número por el que hay que multiplicar $a$ para obtener $b$ tal que

a) $|b| = 5$ $\quad a \uparrow\uparrow b$

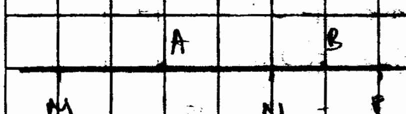
$|k a| = 5$

$k|a| = 5$ $\quad k = \frac{5}{|a|}$

b) $|b| = 1$ $\quad a \uparrow\downarrow b$

$k|a| = 1$ $\quad k = -\frac{1}{|a|}$

14.- En una recta se toman 3 puntos



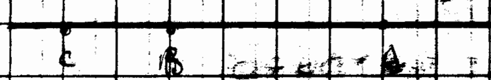

$PM = PN + NP$

$PM = 2\,BN + 2\,NA$

$PM = 2(BN + NA) = 2\,BA = -2AB$

$\vec{AB} = -\frac{1}{2}\,\vec{PM}$

15.- En una recta se toman 3 puntos tales que:



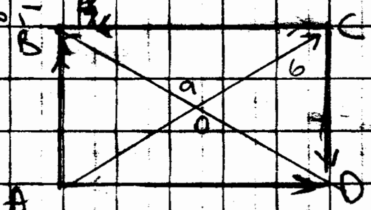

~~AC = BC~~

$AB = -CA + CB$

$AB = -3CB + CB = -2CB$

$\boxed{AB = -2CB}$

16.-




Como ABCD es rectangulo

$\vec{OC} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ y $\vec{OB} = \frac{1}{2}\vec{DB}$

$\vec{BC} = \vec{OB} - \vec{OC} = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$

$= \vec{BC} = \frac{1}{2}(a-b)$

$CB = -BC = -\frac{1}{2}(a-b) = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}(b-a)$

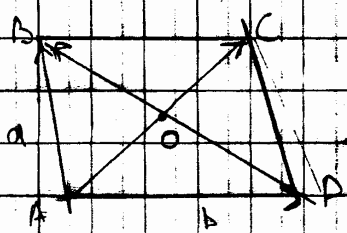
$BD = -DB = -a \Rightarrow BD = (-1)(a) + 0 \cdot b$

$AD + CD$: $AD = -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$

$CD = -\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$

$AD + CD = -\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}a = \boxed{-a + 0 \cdot b}$

17.-




$BD = b - a$

$OB = \frac{1}{2}DB = -\frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$

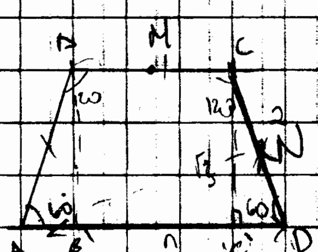
~~$\vec{BC} = \vec{AD}$ por ser paralelogramo~~

~~$BC = b = (1)(b) + 0 \cdot a$~~

$AC = \vec{a} + \vec{b}$ por ser paralelogramo

$CO = \frac{1}{2}CA = -\frac{1}{2}AC = -\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$

18.-




$m = \frac{\vec{AB}}{|AB|}$ $n = \frac{\vec{AD}}{|AD|}$

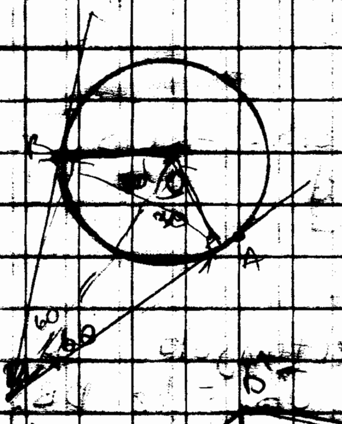
a) $\vec{AB} = m \cdot |AB| + n \cdot 0$

c) $BC = AD - AB' - C'D = n - 2m$

d) $AM = BM - BA = -m - \frac{1}{2}(n-2m)$

c) $AN = DN - DA = DN + n$

2)




$OC + CA + AO = 0$

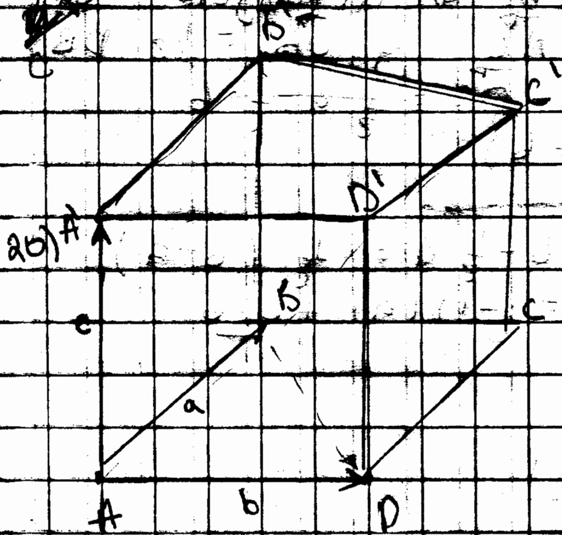
$OC + CB + BO = 0$

$2OC + CA + CB + AO + BO = \vec{0}$

$BA = CA - CB$

$BA = OA - OB$

2b)




a) $AC' = c - a - b$

b) $\vec{AB'} = a + c$

porque $\vec{AB'} = \vec{a}$ y $\vec{BB'} = \vec{c}$

c) $D'C' = a$ por que son paralelos y iguales

d) $B'D' = b - a$

e) $BC = b$ por que son paralelos y iguales

f) $CC' = a$ por que son paralelos e iguales.

g) $\vec{B'D} = \vec{B'D'} + \vec{B'B} = b - a - c$

h) $B'O = \frac{1}{2} B'D = \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} a - \frac{1}{2} c$