

Geometria Analitica 1
Trabajo # 8

Luis Barba Escoto.

1) Encontrar la fórmula en general para la diagonal q

$$\frac{a^2 + b^2 - q^2}{2ab} = - \frac{c^2 + d^2 - q^2}{2cd}$$

$$\frac{a^2 + b^2 - q^2}{2ab} = \frac{q^2 - c^2 - d^2}{2cd}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2ab} - \frac{q^2}{2ab} = \frac{q^2}{2cd} + \frac{-c^2 - d^2}{2cd}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2ab} - \frac{-c^2 - d^2}{2cd} = \frac{q^2}{2cd} + \frac{q^2}{2ab}$$

$$\frac{cd(a^2 + b^2)}{2abcd} + \frac{c^2 + d^2}{2cd} = \frac{q^2}{2cd} + \frac{q^2}{2ab}$$

$$\frac{cd(a^2 + b^2) + ab(c^2 + d^2)}{2abcd} = \frac{abq^2 + cdq^2}{2abcd}$$

$$(2abcd) \left[\frac{cd(a^2 + b^2) + ab(c^2 + d^2)}{2abcd} \right] = q^2(ab + cd)$$

$$\frac{cd(a^2 + b^2) + ab(c^2 + d^2)}{ab + cd} = q^2$$

$$\sqrt{\frac{cd(a^2 + b^2) + ab(c^2 + d^2)}{ab + cd}} = q$$

$$\frac{a^2 + d^2 - p^2}{2ad} = - \frac{b^2 + c^2 - p^2}{2bc}$$

$$\frac{a^2 + d^2 - p^2}{2ad} = \frac{p^2 - b^2 - c^2}{2bc}$$

$$\frac{a^2 + d^2}{2ad} - \frac{p^2}{2ad} = \frac{p^2}{2bc} + \frac{-b^2 - c^2}{2bc}$$

$$\frac{a^2 + d^2}{2ad} + \frac{b^2 + c^2}{2bc} = \frac{p^2}{2bc} + \frac{p^2}{2ad}$$

$$\frac{a^2 + d^2}{2ad} + \frac{b^2 + c^2}{2bc} = \frac{p^2}{2bc} + \frac{p^2}{2ad}$$

$$\frac{bc(a^2 + d^2) + ad(b^2 + c^2)}{2adbc} = \frac{(ad)p^2 + (bc)p^2}{2adbc}$$

$$\frac{bc(a^2 + d^2) + ad(b^2 + c^2)}{2adbc} = \frac{p^2(ad + bc)}{2adbc}$$

$$\cancel{2adbc} \cdot \frac{bc(a^2 + d^2) + ad(b^2 + c^2)}{\cancel{2adbc}} = p^2(ad + bc)$$

$$\frac{bc(a^2 + d^2) + ad(b^2 + c^2)}{ad + bc} = p^2$$

$$\sqrt{\frac{bc(a^2 + d^2) + ad(b^2 + c^2)}{ad + bc}} = p$$

11) Encontrar p y q para \square $a=3$, $b=5$, $c=4$, $d=2$

$$p = \sqrt{\frac{bc(a^2 + d^2) + ad(b^2 + c^2)}{ad + bc}}$$

$$p = \frac{5(4)[(3)^2 + (2)^2] + 3(2)(5^2 + 4^2)}{26}$$

$$p = 4.41$$

$$q = \sqrt{\frac{cd(a^2 + b^2) + ab(c^2 + d^2)}{ab + cd}}$$

$$q = \sqrt{\frac{8(9 + 25) + 15(20)}{23}}$$

$$q = 4.98$$

12) Observar que el cuadrilátero es bicéntrico.

a) Es cíclico.

Según el Teorema de Ptolomeo el cuadrilátero $ABCD$ es cíclico si y solo si $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$

donde AC y BD son las diagonales p y q respectivamente
 $AB = a$, $CD = c$, $BC = b$, $AD = d$

Entonces el cuadrilátero con lados $a=3$, $b=5$, $c=4$, $d=2$ con diagonales $p=4.41$ y $q=4.98$ es cíclico si y solo si

$$p \cdot q = a \cdot c + b \cdot d$$

$$(4.41) \cdot 4.98 = (3 \cdot 4) + (5 \cdot 2)$$

$$21.96 = 22$$

\therefore es cíclico.

b) Es circunscrito

si y solo si $AB + CD = BC + DA$

$$AB = 3$$

$$CD = 4$$

$$BC = 5$$

$$DA = 2$$

$$3 + 4 = 5 + 2$$

$$7 = 7$$

* También podríamos sacar los ángulos para el \square con diagonales p y q y comprobar que suman 360° los 4 \rightarrow