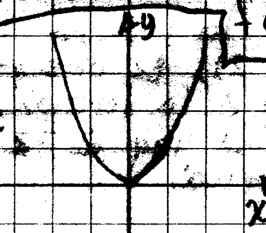
Trabajo 4 — 2/Septiembre/04

Rogelio Montero Campos

¿Cuales son las formas posibles que puede tener la grafica de la función $f(x) = \frac{1}{ax^2+bx+c}$

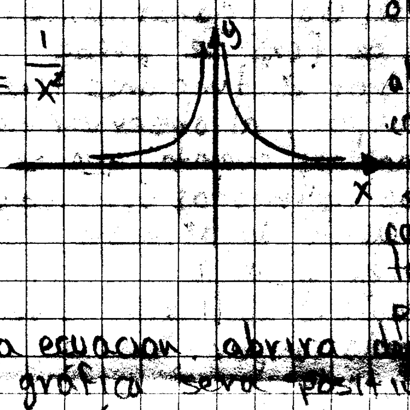
$f(x) = ax^2$

$g(x) = x^2$



en la ecuacion g(x) los valores no son negativos nunca y la ecuacion siempre es positiva, solo es negativa cuando "a" es negativa. observamos que el cero es el origen.

$f(x) = \frac{1}{x^2}$

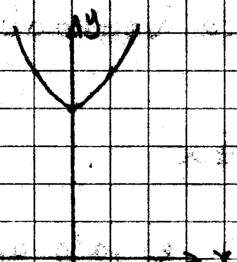


al ser la funcion g(x) positiva y con cero como raiz doble y con x de polo par la gráfica no esta definida para el cero de la función cuadrática y tiene este comportamiento, la gráfica tampoco cruza ni toca al eje de las x ya que no hay nada que pueda hacer cero al cociente.

La ecuacion abrira dependiendo del termino a, ya sea positivo la gráfica será positiva y siendo negativa la gráfica tambien lo será.

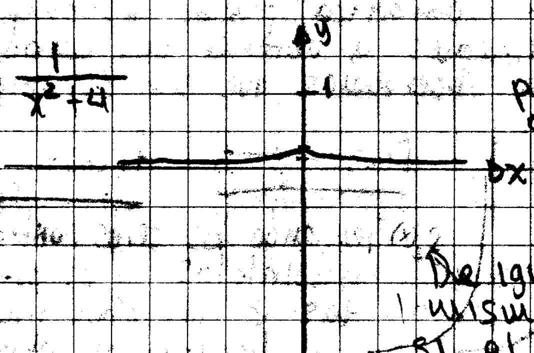
~~$f(x) = ax^2 + c$~~ ó ~~$f(x) = -ax^2 - c$~~

$g(x) = x^2 + 4$



Esta funcion esta definida en todos los Reales y no tiene ceros, ya que ningun numero al cuadrado puede dar un numero negativo, esta funcion es diferente a $h(x) = x^2 - 4$

$f(x) = \frac{1}{x^2+4}$

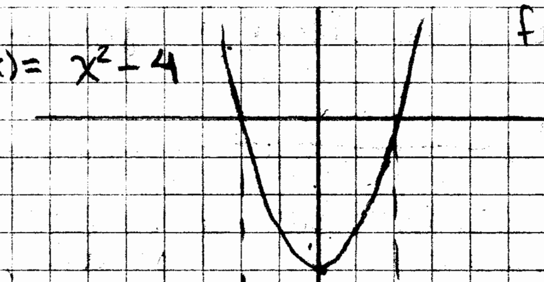


al igual que g(x), f(x) esta definida para cualquier número incluso el cero, donde su valor es de $\frac{1}{4}$, esta funcion tambien es diferente a $i(x) = \frac{1}{x^2-4}$,

De igual manera, la forma seria la misma pero con las funciones negativas si el termino a y el termino independiente fueran negativos.

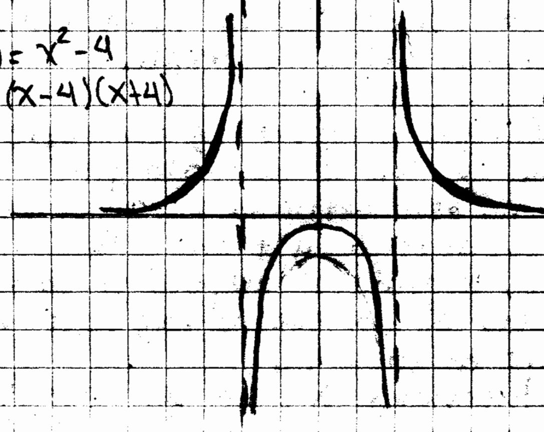
$f(x) = \overline{ax^2 - c}$ ó $f_1(x) = \overline{-ax^2 + c}$

$g(x) = x^2 - 4$



En esta grafica la funcion tiene 2 raices (-2 y 2), se observa que entre -2 y 2 la funcion es negativa y a la izq de -2 y dcha de 2 es positiva.

$f(x) = x^2 - 4$
$= (x-4)(x+4)$



A pesar de ser una cuadratica, el denominador de f(x) se puede factorizar por 2 funciones lineales y de polo impar, al observar los ceros nos damos cuenta que se trata de las asintotas verticales y que nuevamente la asintota horizontal es el eje de las x.
La grafica cambia de signo 3 veces por ser de polo impar en la 2 funciones lineales.

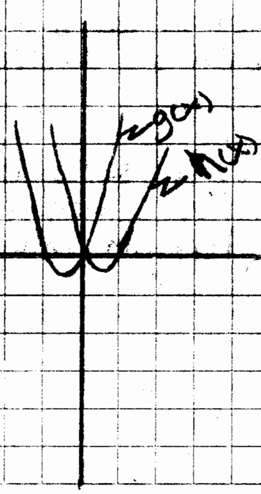
De igual forma pero con la grafica "volteada" si a es negativa y c es positiva.

$$f(x) = \frac{1}{x^2 \pm x} \quad ó \quad f(x) = \frac{1}{-x \pm x}$$

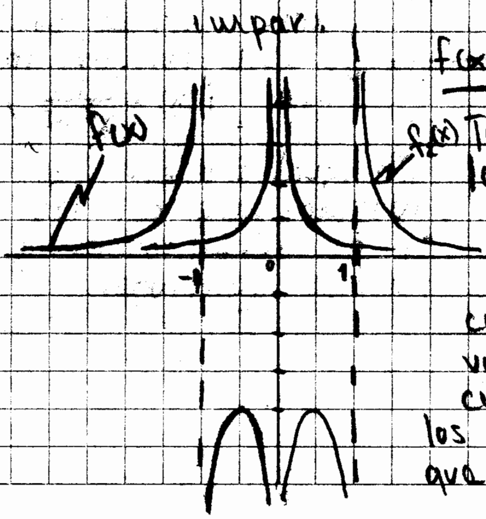
$g(x) = x^2 + x = x(x+1)$ $x=0$, $x=-1$

$h(x) = x^2 - x = x(x-1)$ $x=0$, $x=1$

Al igual que el caso anterior esta funcion cuadratica puede descomponerse en 2 lineales y obtener sus ceros tambien observamos que son de polo impar.




$f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$ $f_2(x) = \frac{1}{x^2 - x}$




Teniendo los ceros obtenemos las asintotas y al obtener las 2 funciones lineales al factorizar observamos en la funcion de la cuadratica cuando los valores seran positivos y cuando negativos y con los polos impares sabremos que cambia de signo 3 veces.

De igual forma pero con los signos opuestos dependiendo si el termino es negativo.

$$f(x) = \frac{1}{ax^2+bx+c}$$

Con anteriores casos se ha visto que la gráfica f(x) esta muy ligada con la función cuadrática del denominador:

- Ceros, en f(x) marcan las asintotas verticales
- Al factorizar podemos obtener 2 funciones lineales y con polos impares.
- Puede no tener ceros y la función f(x) siempre estara definida

para $f(x) = \frac{1}{ax^2+bx+c}$ existen casos combinados y que la función f(x) sera mejor comprendida si se sabe bien el comportamiento de la funcion cuadrática del denominador.

Ej. $f(x) = \frac{1}{-2x^2+5x-3}$

$g(x) = -2x^2+5x-3$

$-2(x^2-\frac{5}{2}x)-3$

$-2(x^2-\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}-\frac{25}{16})-3$

$-2[(x-\frac{5}{4})^2-\frac{25}{2(8)}]-3$

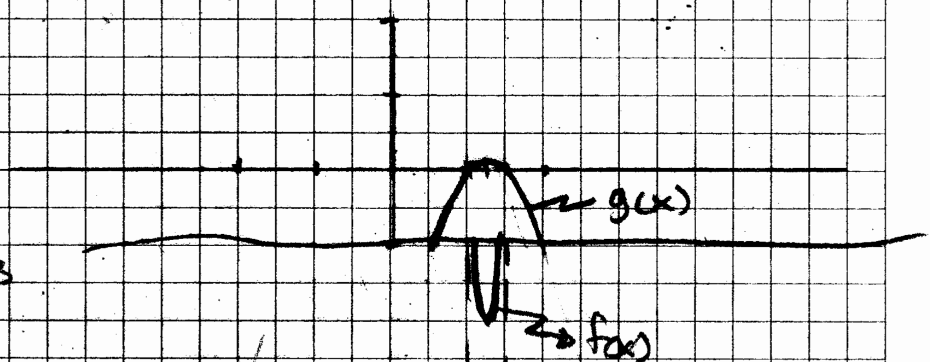
$-2(x-\frac{5}{4})+\frac{25}{8}-\frac{3}{1}$

$-2(x-\frac{5}{4})^2+\frac{1}{8}$

$x = \frac{-5 \pm\sqrt{25-24}}{-4} = \frac{-5\pm1}{-4}$

$x_1 = 1$
$x_2 = \frac{3}{2}$

$f(\frac{5}{4}) = \frac{1}{\frac{1}{8}} = \frac{8}{1}$




$5\overline{)8}$ 1.6
30
0