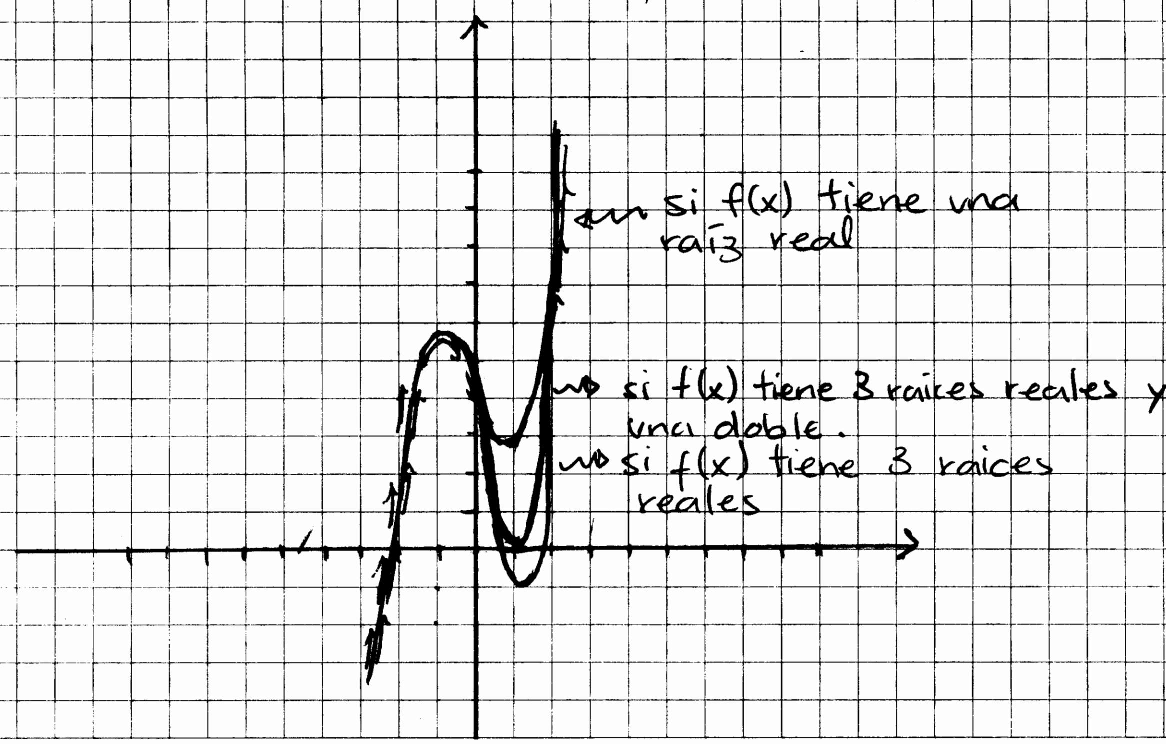
Vélez Mellado Patricia A. 30 | agosto | 04
Geometría Analítica: TRABAJO 3

→ Resuelva cada uno de los sig. problemas
1. Indique la forma de las sig. funciones.
a) $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5$

Consideremos primero $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x$
i) $a = 2$, entonces la función es más estrecha que $f(x) = x^3$, es decir se acerca más al eje y;
ii) ~~[illegible]~~ Cuando $x \to 0$ la función toma la forma de $f(x) = -2x$ $\quad 0 < x < 1$, $0 < x^2 < x < 1$, $0 < x^3 < x^2 < x < 1$;
iii) si $x \to \infty$ ó si $x \to -\infty$ la función toma la forma de $f(x) = x^3$; como $f'(x) = 6x^2 - 5x - 2$, f(x) tiene un punto máx y un min
iv) $a > 0$ entonces la función crece ~~[illegible]~~ si x tiene valores $(-\infty, 0)$ hasta llegar a un punto max. ~~[illegible]~~ cuando $x \to 0$, decrece hasta llegar a su mínimo y vuelve a crecer, para x en $(0, \infty)$.
Ahora, para $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5$:
v) como $d = 5$ la función $2x^3 - 5x - 2x$ se traslada 5 unidades hacia arriba sobre el eje y.
vi) Como f(x) es de grado 3, de acuerdo al teorema Fundamental del algebra, tiene 3 raíces, por lo menos una de éstas real.

Así que una aproximación a la forma de la función sería:



Mead

b) $f(x) = .3x^4 - 3x^2 + 1$

Consideremos primero $f(x) = .3x^4 - 3x^2$

i) El polinomio es de grado cuatro, ~~con todos así que~~ se comporta de forma similar a $f(x) = x^4$, es decir decrece cuando x está en $(-\infty, 0)$ y crece para x en $(0, \infty)$. Como $a = .3$, la función es más "amplia" que $f(x) = x^4$, está más lejos de eje Y.

ii) Como $f'(x) = 12x^3 - 6x$, $f(x)$ alcanzará en 3 puntos un máximo o un mínimo.

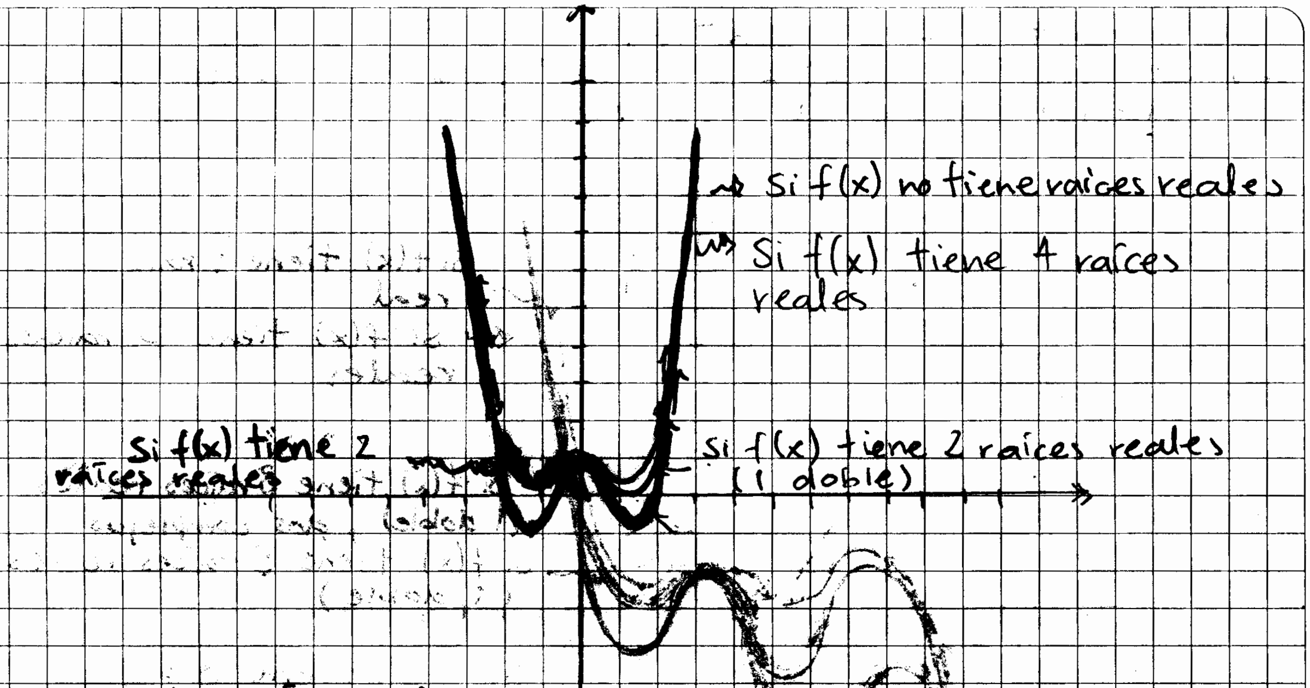
iii) Cuando $x \to 0$, $f(x)$ toma la forma de $g(x) = -3x^2$, entonces tendrá un máximo. $[0 < x^4 < x^3 < x^2 < x < 1]$

iv) Cuando $x \to \infty$ y $x \to -\infty$ la función toma la forma de $f(x) = .3x^4$. Para x en $(-\infty, 0)$ $f(x)$ va decreciendo hasta alcanzar un mínimo, alcanza su máximo cuando $x \to 0$, luego alcanza otro mínimo y crece para x en $(\infty, 0)$

v) De acuerdo con el Teorema fundamental del Algebra tiene cuatro raíces, al menos 1 real. Si tiene 2 raíces reales entonces tendrá 2 raíces complejas. Puede tener 4 raíces reales y cero complejas. Puede tener 1 raíz doble y dos complejas, 4 complejas y 0 reales

Ahora, para $f(x) = .3x^4 - 3x^2 + 1$,

vi) La función $f(x) = .3x^4 - 3x^2$ se traslada una unidad hacia arriba sobre el eje Y



c) $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$

Consideremos primero $f(x) = x^5 - 3x^2$

i) El polinomio es de grado cinco con $a > 0$, así que se comporta de forma similar a $f(x) = x^5$. Crece para x en $(-\infty, 0)$. Alcanza un máximo en algún punto $(x_0, f(x_0))$, decrece alcanza un mínimo y vuelve a crecer. Tiene la misma distancia al eje Y que $f(x) = x^5$, ya que en ambos casos $a = 1$

ii) Como $f'(x) = 5x^4 - 6x$ $f(x)$ alcanzará un máximo o un mínimo en 4 puntos.

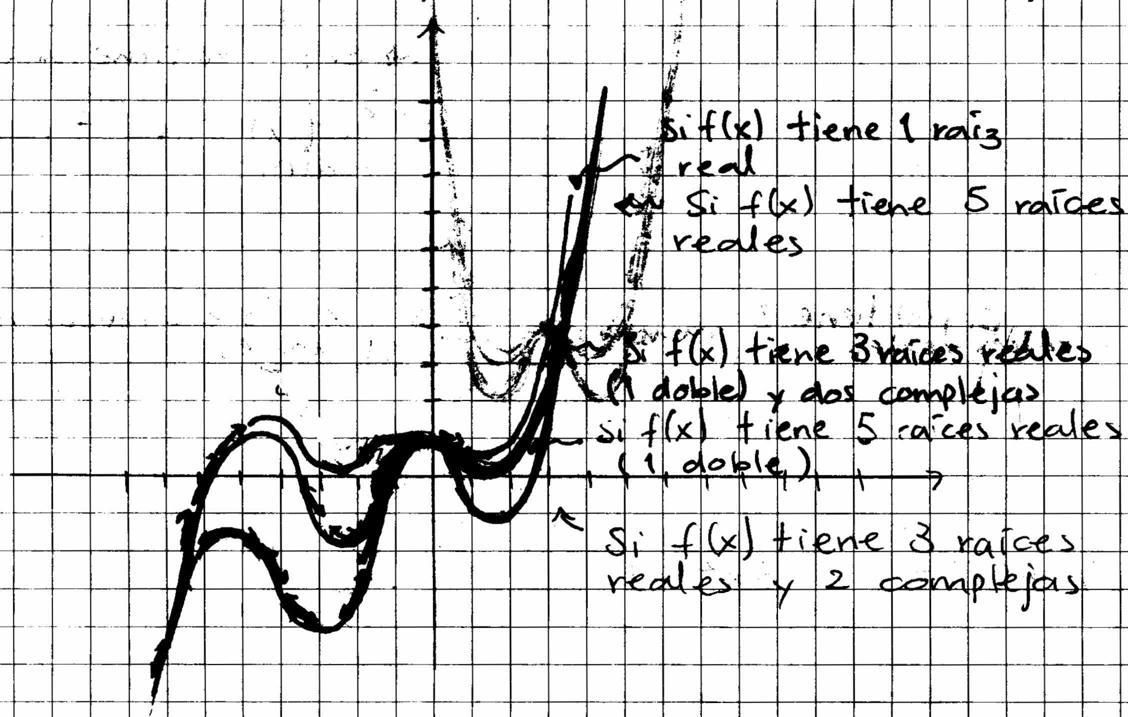
iii) Cuando $x \to 0$, $f(x)$ toma la forma de $f(x) = -3x^2$. $[0 < x^5 < x^4 < x^3 < x^2 < x < 1]$

iv) Cuando $x \to \infty$ y $x \to -\infty$ $f(x)$ toma la forma de $g(x) = x^5$. Considerando (i), (ii) y (iii) para x en $(-\infty, 0)$ la función va creciendo alcanza un máximo en $(x_1, f(x_1))$, comienza a decrecer hasta alcanzar un mínimo en $(x_2, f(x_2))$, vuelve a crecer alcanza un máximo cuando $x \to 0$, decrece hasta alcanzar otro mínimo en $(x_3, f(x_3))$ y crece para x en $(0, \infty)$

v) De acuerdo con el Teorema Fundamental $f(x)$ tiene cinco raíces, al menos una real. Puede tener 5 reales; 5 reales, una de ellas doble; 3 reales y dos complejas; 3 reales, una doble y dos complejas; 1 real y 4 complejas

Para $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$

vi) La función $f(x) = x^5 - 3x^2$ se traslada una unidad sobre el eje Y.



2. Para cada una de las funciones del problema anterior, encuentre una aproximación a los ceros, usando el método de Newton.

a) $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5$

Como $a = 2$ la $f(x)$ es más "estrecha" que $g(x) = x^3 + 5$, lo ceros de $g(x)$, es decir, $g(x) = 0$ cuando $x = \sqrt[3]{-5}$. Entonces el primer punto x_0 para aproximar las raíces de $f(x)$ por el método de Newton, se puede tomar x_0: $x_0 > \sqrt[3]{-5}$.

$x_0 = -1$

$x_1 = x_0 + C_0$,

$$C_n = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$f'(x) = 6x^2 - 10x - 2$

$$x_1 = -1 - \frac{f(-1)}{f'(-1)} = -1 - \frac{0}{f'(-1)}$$

entonces -1 es raíz de $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5$

De acuerdo con el Teorema Fundamental de Algebra, $f(x)$ debe tener 3 raíces al menos una real.

Para obtener la segunda raíz usando el Método de Newton:

$$x_0 = \frac{3}{4}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = \frac{3}{4} - \frac{f(3/4)}{f'(3/4)} = \frac{3}{4} - \frac{49/32}{-49/8} = 1$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1 - \frac{0}{-6}$$

Por lo tanto 1 es raíz de $f(x)$

$\Rightarrow$ Se sabe que $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5 = (x+1)(x-1)(x+a)$, donde a es la tercera raíz de $f(x)$:

$$(x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

$$\begin{array}{r|l} & 2x - 5 \\ \hline x^2 - 1 & 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5 \\ & -2x^3 + \quad\ \ + 2x \\ \hline & -5x^2 \quad\ + 5 \\ & 5x^2 \quad\ - 5 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$2x - 5 = 0$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5 = (x+1)(x-1)\left(x - \frac{5}{2}\right)$$

$\Rightarrow$ Las raíces de $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x + 5$ son:

$$x_1 = 1 \ ; \quad x_2 = -1 \quad y \quad x_3 = \frac{5}{2}$$

b) $f(x) = .3x^4 - 3x^2 + 1$

$f'(x) = 1.2x^3 - 6x$

• Como $a = 0.3$ $f(x)$ es más "amplia" que $f_1(x) = x^4 - 1$, $x^4 - 1 = 0$ cuando $x = 1$, entonces podemos tomar $x_0 : x_0 > 1$.

$x_0 = 3$

$$x_1 = 3 - \frac{f(3)}{f'(3)} = 3 - \left[\frac{-1.7}{14.4}\right] = 3.118055556$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = x_1 - \left[\frac{0.189951445}{17.6896194}\right] = 3.107305106$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = x_2 - \left[\frac{1.6711753 \times 10^{-3}}{17.35869288}\right] = 3.107208833$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = x_3 - \left[\frac{1.322 \times 10^{-7}}{17.35592419}\right] = 3.107208825$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = x_4 - \left[\frac{5.9 \times 10^{-9}}{17.35592396}\right] = 3.107208825$$

$\Rightarrow$ Uno de los ceros de la función es $x_i = 3.107208825$, $f(x_i) \approx 0$

• Consideremos, ahora una aproximación negativa:

$x_0 = -4$

$$x_1 = -4 - \frac{f(-4)}{f'(-4)} = -4 - \left[\frac{29.8}{-52.8}\right] = -\frac{907}{264}$$

$$x_2 = -\frac{907}{264} - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = -\frac{907}{264} - \left[\frac{7.385830581}{-28.04851739}\right] = -3.110475164$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = x_2 - \left[\frac{1.191337109}{-19.27495714}\right] = -3.110475164$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = x_3 - \left[\frac{0.056843862}{-17.44997375}\right] = -3.107217631$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = x_4 - \left[\frac{1.528466 \times 10^{-4}}{-17.3561772}\right] = -3.107208825$$

$$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5)}{f'(x_5)} = x_5 - \left[\frac{5.9 \times 10^{-9}}{-17.35592396}\right] = -3.107208825$$

$\Rightarrow$ $x_{ii} = -3.107208825$, $f(x_{ii}) \approx -3.107208825$

• Con x_i y x_{ii} es posible bajar el grado de $f(x)$ a grado 2:

$$(x - 3.107208825)(x + 3.107208825) = x^2 - 9.6547$$

Mead

Luego dividiendo $.3x^4 - 3x^2 + 1$ por $x^2 - (9.6547)$

$$\begin{array}{r|l} & 0.3x^2 - 0.10359 \\ \hline x^2 - 9.6547 & 0.3x^4 \quad -3x^2 + 1 \\ & -0.3x^4 + 2.89641x^2 \\ \hline & -0.10359x^2 + 1 \\ & 0.10359x^2 - 1 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$f(x) = 0.3x^4 - 3x^2 + 1 = (x^2 - 9.6547)(0.3x^2 - 0.10359)$

- Es posible encontrar las raíces restantes de $f(x)$ resolviendo $0.3x^2 - 0.10359 = 0$

$0.3x^2 - 0.10359 = 0$

$x = \pm\sqrt{0.3453}$

- De lo anterior:

$f(x) = 0.3x^4 - 3x^2 + 1 = (x - 3.1072088 25)(x + 3.107208825)(x + \sqrt{0.3453})(x - \sqrt{0.3453})$

$\Rightarrow$ Las cuatro raíces de $f(x)$ son reales:

$x_i = 3.1072088 25$;
$x_{ii} = -3.107208825$;
$x_{iii} = \sqrt{0.3453}$
$x_{iv} = -\sqrt{0.3453}$

c) $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$

$f'(x) = 5x^4 - 6x$

• Dado que $a=1$, $f(x)$ tiene casi la misma distancia al eje Y que $g(x) = x^5 - 1$, $g(1) = 0$; $x_0 = \frac{3}{2}$

$x_0 = \frac{3}{2}$

$$x_1 = \frac{3}{2} - \frac{f(3/2)}{f'(3/2)} = \frac{3}{2} - \left[\frac{59/32}{16.3125}\right] = \frac{362}{261}$$

$$x_2 = \frac{362}{261} - \frac{f(362/261)}{f'(362/261)} = \frac{362}{261} - \left[\frac{0.361550423}{10.18116553}\right]$$
$$= 1.351461487$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = x_2 - \left[\frac{0.029013289}{8.630795317}\right] = 1.348099886$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = x_3 - \left[\frac{4.4603453 \times 10^{-4}}{8.425629291}\right] = 1.348046948$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = x_4 - \left[\frac{5.93 \times 10^{-8}}{8.423353108}\right] = 1.348046941$$

$$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5)}{f'(x_5)} = x_5 - \left[\frac{3.14 \times 10^{-9}}{8.423352807}\right] = 1.348046941$$

$\Rightarrow f(1.348046941) \approx 0$, $x_i = 1.348046941$

• Como $g(1) = 0$, para calcular otra raíz se considera $x_0 < 1$, $x_0 = 1/2$

$x_0 = 1/2$

$$x_1 = 1/2 - \frac{f(1/2)}{f'(1/2)} = 1/2 - \left[\frac{0.28125}{-2.6875}\right] = \frac{26}{43}$$

$$x_2 = \frac{26}{43} - \frac{f(26/43)}{f'(26/43)} = \frac{26}{43} - \left[\frac{-0.01598804}{-5.1T42808231}\right] = 0.602036894$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = x_2 - \left[\frac{-8.28459227 \times 10^{-3}}{-2.95537609}\right] = 0.599243217$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = x_3 - \left[\frac{-6.45907 \times 10^{-6}}{-2.950722424}\right] = 0.599241028$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = x_4 - \left[\frac{0}{f''(x_4)}\right] = 0.599241028$$

$\Rightarrow x_{ii} = 0.599241028$

• Considerar ahora para obtener otra raíz de $f(x)$, $x_0 < 0$

$x_0 = -1/2$

$x_1 = -1/2 - \frac{f(-1/2)}{f'(-1/2)} = -\frac{1}{2} - \left[\frac{0.21875}{3.3125}\right] = -\frac{30}{53}$

$x_2 = -\frac{30}{53} - \frac{f(-30/53)}{f'(-30/53)} = -\frac{30}{53} - \left[\frac{-0.01930295}{3.909503109}\right] = -0.561100292$

$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = x_2 - \left[\frac{-1.1696177 \times 10^{-4}}{3.862202534}\right] = -0.561070008$

$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = x_3 - \left[\frac{-3.2 \times 10^{-9}}{3.861913844}\right] = -0.561070079$

$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = x_4 - \left[\frac{-2.7748 \times 10^{-7}}{3.86191452}\right] = -0.561070007$

$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5)}{f'(x_5)} = x_5 - \left[\frac{-5.83 \times 10^{-10}}{3.861913834}\right] = -0.561070007$

$\Rightarrow f(-0.561070007) \approx 0$; $x_{iii} = -0.561070007$

• Con x_i, x_{ii} y x_{iii} es posible disminuir el grado de $f(x)$ a 2:

$(x - 1.348046941)(x - 0.599241028)(x + 0.561070007)$
$= x^3 - 1.386834373x^2 - 0.28510569x + 0.453235176$

• Luego:

$$\frac{x^5 - 3x^2 + 1}{x^3 - 1.386834373x^2 - 0.28510569x + 0.453235176}$$

$= x^2 + 1.386834373x + 2.208415268$

$\Rightarrow f(x) = (x - 1.34\ldots41)(x - 0.599\ldots28)(x + 0.56\ldots07)$
$(x^2 + 1.38\ldots73x + 2.2084\ldots68)$

• Es posible encontrar las 2 raíces restantes resolviendo:

$x^2 + 1.386834373x + 2.208415268 = 0$

$\left(x + \frac{1.386834373}{2}\right)^2 + 2.208415268 - \left(\frac{1.386834373}{2}\right)^2 = 0$

$\left(x + \frac{1.386834373}{2}\right)^2 = -1.727587873$

$\left(x + \frac{1.386834373}{2}\right) = \pm\sqrt{-1.727587873}$

→ De lo anterior se concluye que las dos raíces restantes x_{iv} y x_v son complejas

→ Las raíces reales de $f(x) = x^5 - 3x^2 + 1$ son:

$x_i = 1.348046941$
$x_{ii} = 0.599241028$
$x_{iii} = -0.561070007$

3) Factorice las sig. expresiones.

a) $x^4 + 4x^3 - x^2 + 16x - 12$

Usando el Método de Newton:

$f(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$
$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 2x + 16$

$x_0 = 2$

$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 2 - \left[\frac{0}{f'(2)}\right] = 2$

→ Uno de los factores de $f(x)$ es $x - 2$

• Considerar $x_0 > 2$ para obtener otro factor.

$x_0 = 4$

$x_1 = x_0 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 4 - \frac{36}{72} = \frac{7}{2}$

$x_2 = x_1 - [f(x_1)/f'(x_1)] = (7/2) - [9.3125/33.5] = 3.222014925$

$x_3 = x_2 - [f(x_2)/f'(x_2)] = x_2 - \left[\frac{0.59493758}{11.91921441}\right] = 3.004429783$

$x_4 = x_3 - [f(x_3)/f'(x_3)] = x_3 - \left[\frac{0.044632169}{10.15608392}\right] = 3.00003995$

$x_5 = x_4 - [f(x_4)/f'(x_4)] = x_4 - \left[\frac{3.299152 \times 10^{-4}}{10.00112186}\right] = 3$

$x_6 = x_5 - [f(x_5)/f'(x_5)] = x_5 - \left[\frac{0}{f'(3)}\right] = 3$

→ $x - 3$ es factor de $f(x)$

• Considerar $x_0 < 0$
• Considerar $x_0 < -2$

$x_0 = -3$

$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -3 - \left[\frac{120}{-194}\right] = -2.381443299$

$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = x_1 - \left[\frac{30.41221582}{-101.3156322}\right] = -2.081270313$

$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = x_2 - \left[\frac{5.19313365}{-67.87933164}\right] = -2.004764958$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = x_3 - \left[\frac{0.286965905}{-60.44872386}\right] = -2.000017696$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = x_4 - \left[\frac{1.06178877 \times 10^{-3}}{-60.00166344}\right] = -2$$

$$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5)}{f'(x_5)} = -2 - \left[\frac{0}{f'(-2)}\right] = -2$$

$\Rightarrow$ $x+2$ es factor de $f(x)$

• Considerar ~~$x_0<2$~~, para obtener el último factor

$x_0 = 1$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 1 - \left[\frac{0}{f'(1)}\right] = 1$$

$\Rightarrow$ $x-1$ es factor de $f(x)$

$\Rightarrow$ $f(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 = (x-1)(x-2)(x+2)(x-3)$

b) $x^3 - x^2 - 4x + 1$

Usando el método de Newton

$f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 1$

$f'(x) = 3x^2 - 2x - 4$

• Para obtener el primer factor

$x_0 = -1$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -1 - \left[\frac{3}{1}\right] = -4$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = -4 - \left[\frac{-63}{52}\right] = -2.788461538$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = x_2 - \left[\frac{-17.30340379}{24.90347632}\right] = -2.093642728$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = x_3 - \left[\frac{-4.185916606}{15.02287418}\right] = -1.815006526$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = x_4 - \left[\frac{-1.013328915}{9.51275912}\right] = -1.708483388$$

$$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5)}{f'(x_5)} = x_5 - \left[\frac{-0.071900558}{8.173713237}\right] = -1.699286828$$

$$x_7 = x_6 - \frac{f(x_6)}{f'(x_6)} = x_6 - \left[\frac{2.7521958 \times 10^{-3}}{8.061300827}\right] = -1.699628236$$

$$x_8 = x_7 - \frac{f(x_7)}{f'(x_7)} = x_7 - \left[\frac{-7.1109 \times 10^{-7}}{8.065464894}\right] = -1.699628148$$

$$x_9 = x_8 - \frac{f(x_8)}{f(x_8)} = x_8 - \left[\frac{3.61 \times 10^{-9}}{8.06546382}\right] = -1.699628148$$

$\Rightarrow$ $(x + 1.699628148)$ es factor de $f(x)$

• Para obtener un segundo factor considerar $x_0 = 0$

$x_0 = 0$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0 - \left[\frac{1}{-4}\right] = \frac{1}{4}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = \frac{1}{4} - \left[\frac{-5/64}{-69/16}\right] = \frac{11}{46}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = \frac{11}{46} - \left[\frac{-3/97336}{-9113/2116}\right] = 0.239123278$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = x_3 - \left[\frac{0}{f'(x_3)}\right] = 0.239123278$$

$\Rightarrow (x - 0.239123278)$ es factor de $f(x)$

• Para obtener el último factor considerar $x_0 = 2$

$x_0 = 2$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 2 - \left[\frac{-3}{4}\right] = \frac{11}{4}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = \frac{11}{4} - \left[\frac{207/64}{211/16}\right] = \frac{1057}{422}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = \frac{1057}{422} - \left[\frac{0.421354635}{9.811678758}\right] = 2.461795143$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_2)} = x_3 - \left[\frac{0.011934352}{9.257715692}\right] = 2.460506018$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = x_4 - \left[\frac{1.061029 \times 10^{-5}}{9.241257558}\right] = 2.46050487$$

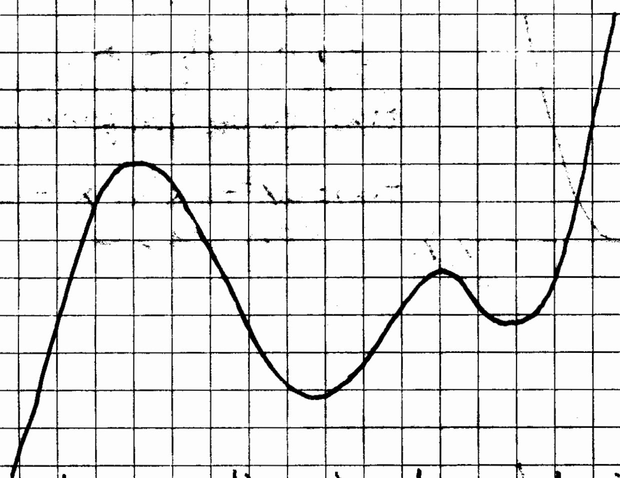
$$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5)}{f'(x_5)} = x_5 - \left[\frac{0}{f'(2.46050487)}\right] = 2.46050487$$

$\Rightarrow x - 2.46050487$ es factor de $f(x)$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 1 =$$
$$= (x + 1.699628148)(x - 0.239123278)(x - 2.46050487)$$

Mead

4. Observe la sig. gráfica y sugiera un grado del posible polinomio que representa. De igual forma, sugiera una expresión para el polinomio.

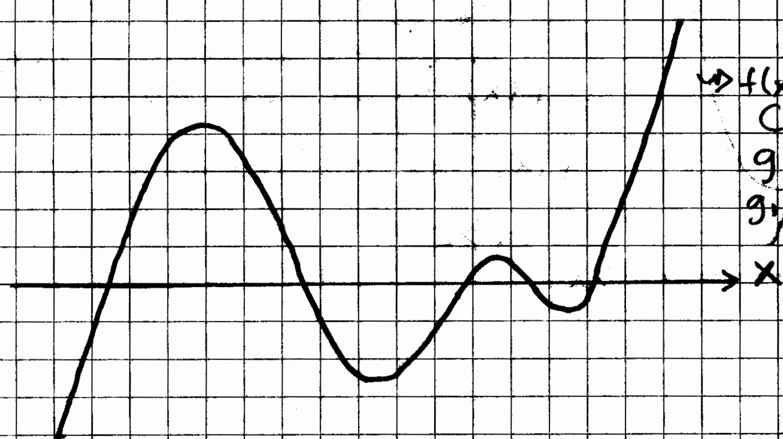


→ Representa un polinomio de grado impar

→ La gráfica representa un polinomio de grado 5, ya que presenta ~~2~~ máximos y 2 mínimos, es decir $f'(x)$ es de grado 4. Además si se hace pasar un segmento horizontal a través de ella el número máximo de puntos en que el segmento intersecta a la gráfica es 5, es decir, en el caso de que ese segmento representara al eje X tendría 5 raíces reales, y de acuerdo con el Teorema fundamental del Algebra un polinomio de grado 5 tiene exactamente 5 raíces, al menos un real.

→ Para obtener una expresión del polinomio se consideran varios

i) Que las 5 raíces de $f(x)$ sean reales



expresión:

→ $f(x) = (x-g)(x-h)(x-i)(x-j)(x-k)$

Con:

$g, h, i, j, k \in \mathbb{R}$

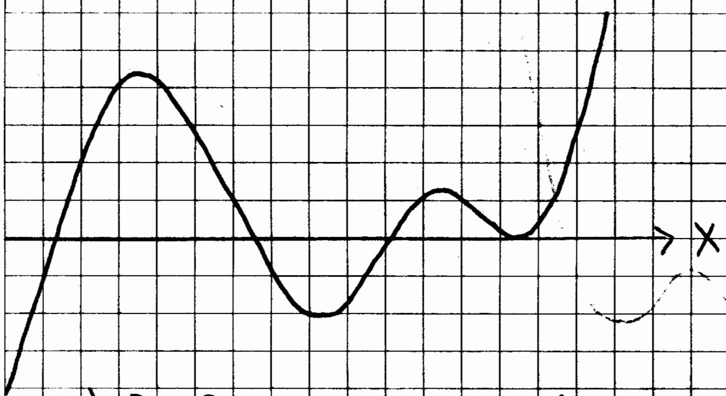
g, h, i, j, k son raíces de $f(x)$

$f(x)$ es de la forma:

$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$

con $a > 0$

ii) 5 raíces reales, una doble



$\Rightarrow f(x) = (x-g)(x-g)(x-h)(x-i)(x-j)$

Con:

$g, h, i, j \in \mathbb{R}$

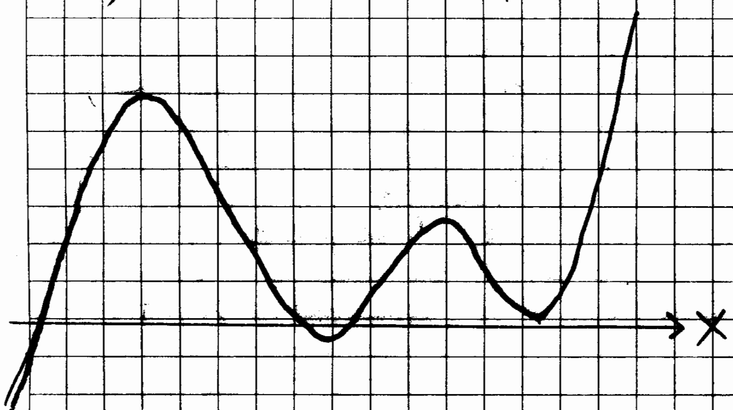
g, h, i, j son raíces de $f(x)$

$f(x)$ es de la forma:

$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$

con $a > 0$

iii) 3 raíces reales y dos complejas



$\Rightarrow f(x) = (x-g)(x-h)(x-i)(x-j)(x+j)$

Con:

$g, h, i \in \mathbb{R}$ y

$j \in \mathbb{C}$

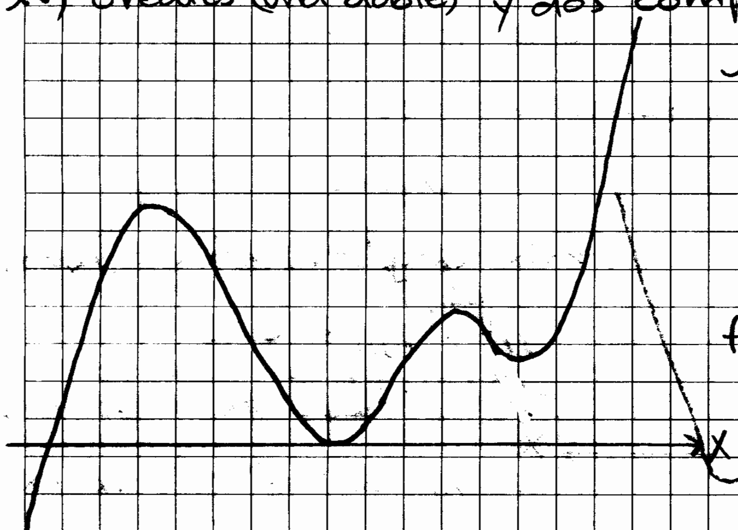
$g, h, i, j, -j$ son raíces de $f(x)$

$f(x)$ es de la forma:

$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$

con $a > 0$

iv) 3 reales (una doble) y dos complejas



$\Rightarrow f(x) = (x-g)(x-g)(x-h)(x-i)(x+i)$

Con:

$g, h \in \mathbb{R}$

$i \in \mathbb{C}$

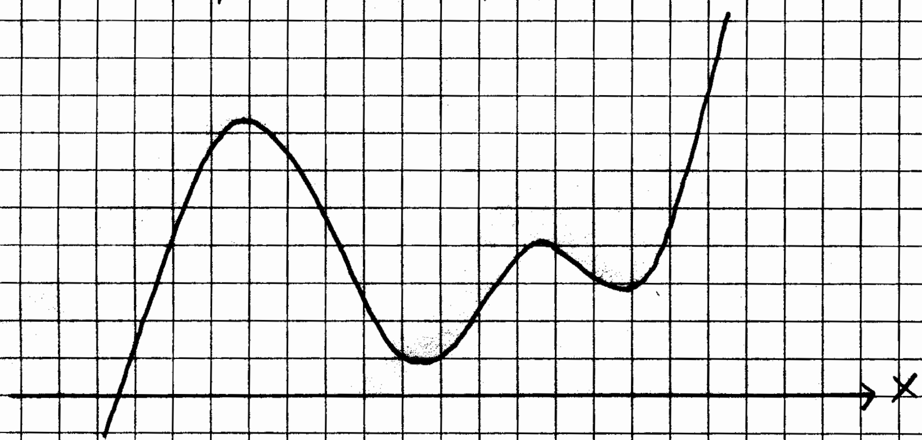
$g, h, i, -i$ son raíces de $f(x)$

$f(x)$ es de la forma:

$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$

$a > 0$

v) 1 real y cuatro complejas



$\Rightarrow f(x) = (x-h)(x-g)(x+g)(x-i)(x+i)$

Con:

$h \in \mathbb{R}$; $h, g, -g, i, -i$ son raíces de $f(x)$

$g, i \in \mathbb{C}$

$f(x)$ de la forma $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$

con $a > 0$