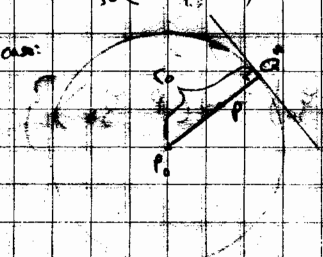
Sánchez Sierra, Angel G.

1 calcular $d(P, \mathcal{C}_0)$

Hay 3 casos:
1- P está en el exterior de $\mathcal{C}$
2- P está en la frontera de $\mathcal{C}$
3- P está en el interior de $\mathcal{C}$

$\mathcal{C}_0(P_0, r_0)$

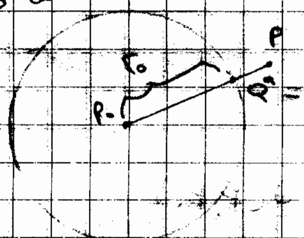
1er caso:



$$d(P, \mathcal{C}_0(P_0, r_0)) = \max d(P, Q) \; ; \; Q \in \mathcal{C}_0$$
$$= d(P, Q^*)$$

$$d(P_0, Q^*) = d(P_0, P) + d(P, Q^*)$$
$$r_0 = d(P_0, P) + d(P, \mathcal{C}_0)$$
$$\underline{d(P, \mathcal{C}) = r_0 - d(P_0, P)}$$

3er caso:



$$d(P, \mathcal{C}_0) = \min d(P, Q) \; ; \; Q \in \mathcal{C}_0$$
$$= d(P, Q^*)$$
$$d(P_0, P) = d(P_0, Q^*) + d(Q^*, P)$$
$$d(P_0, P) = r_0 + d(P, \mathcal{C}_0)$$
$$\underline{d(P, \mathcal{C}_0) = d(P_0, P) - r_0}$$

2º caso

$\underline{d(P, \mathcal{C}_0) = 0}$ dado que $P \in \mathcal{C}_0$

de los casos anteriores:

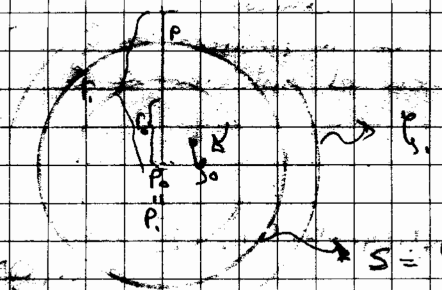
$$d(P, \mathcal{C}_0) = | r_0 - d(P_0, r_0) |$$

$\mathcal{C}_0(P_0, r_0)$ y $\mathcal{C}_1(P_1, r_1)$

caso 1:

$\mathcal{C}_0 \subset \mathcal{C}_1$

y $P_0 = P_1$



$S = \{ P \mid d(P, \mathcal{C}_0) = d(P, \mathcal{C}_1) \}$

$d(P, \mathcal{C}_0) = d(P, P_0) - r_0$

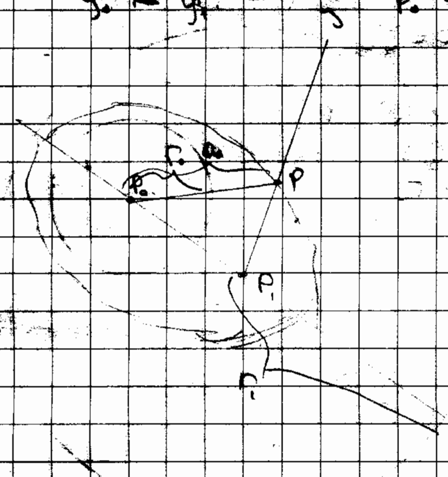
$= d(P, \mathcal{C}_1) = r_1 - d(P, P_0)$

$d(P, P_0) - r_0 = r_1 - d(P, P_0)$

$2\, d(P, P_0) = r_1 + r_0$

$d(P, P_0) = \dfrac{r_1 + r_0}{2}$

caso 2: $\mathcal{C}_0 \subset \mathcal{C}_1$ y $P_0 \neq P_1$



$d(P, \mathcal{C}_0) = d(P, P_0) - r_0$ $=$

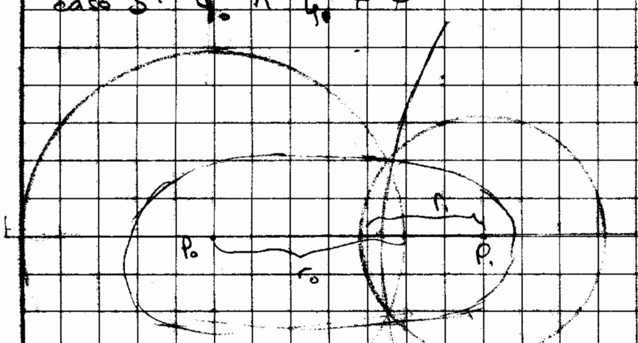
$d(P, \mathcal{C}_1) = r_1 - d(P, P_1)$

$d(P, P_0) - r_0 = r_1 - d(P, P_1)$

$d(P, P_0) + d(P, P_1) = r_1 + r_0$

una elipse

caso 3: $\mathcal{C}_0 \cap \mathcal{C}_1 \neq \emptyset$



se tiene que hay varios casos:

a) P en exterior de ambos círculos:

$d(P, \mathcal{C}_0) = d(P, P_0) - r_0$

$= d(P, \mathcal{C}_1) = d(P, P_1) - r_1$

$\Rightarrow d(P, P_0) - d(P, P_1) = r_0 - r_1$ es una elipse

$\therefore$ en el exterior es una elipse

b) P en el interior de ambas circunferencias.

$d(P, \mathcal{C}_0) = r_0 - d(P, P_0)$
$= d(P, \mathcal{C}_1) = r_1 - d(P, P_1)$

$\Rightarrow r_0 - r_1 = d(P, P_0) - d(P, P_1)$

∴ en el interior es una hipérbola.

c) P en el interior de $\mathcal{C}_0$ y en ext. de $\mathcal{C}_1$

$d(P, \mathcal{C}_0) = r_0 - d(P, P_0)$
$= d(P, \mathcal{C}_1) = d(P, P_1) - r_1$

$\Rightarrow r_0 + r_1 = d(P, P_0) + d(P, P_1)$

∴ es una elipse dentro de $\mathcal{C}_0$ y fuera de $\mathcal{C}_1$

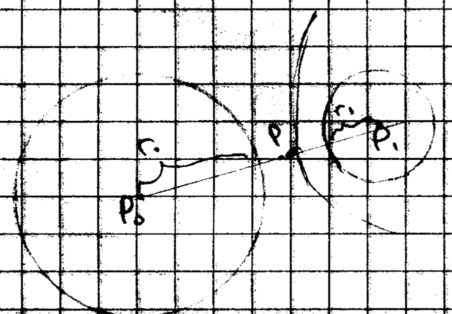
d) P en el interior de $\mathcal{C}_1$ y en exterior $\mathcal{C}_0$

$d(P, \mathcal{C}_0) = d(P, P_0) - r_0$
$= d(P, \mathcal{C}_1) = r_1 - d(P, P_1)$

$\Rightarrow r_0 + r_1 = d(P, P_0) + d(P, P_1)$

∴ es una elipse en el interior de $\mathcal{C}_1$ y en el ext. de $\mathcal{C}_0$

caso 4: $\mathcal{C}_0 \cap \mathcal{C}_1 = 0$ y $\mathcal{C}_0 \neq \mathcal{C}_1$



$d(P, \mathcal{C}_0) = d(P, P_0) - r_0$
$= d(P, \mathcal{C}_1) = d(P, P_1) - r_1$

$\Rightarrow r_0 - r_1 = d(P, P_0) - d(P, P_0)$

∴ es una elipse.