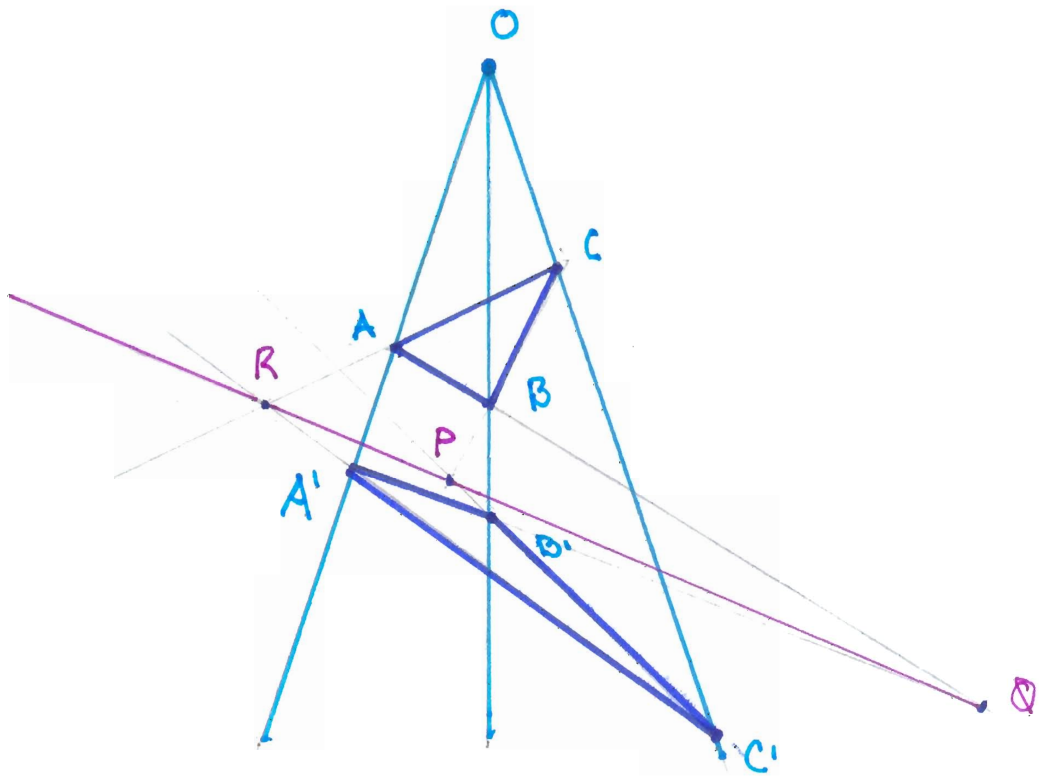
Cintli Lara

Teorema de Desargues



Si dos triangulos estan en perspective desde un punto, y si sus pares de lados correspondientes se cortan entonces los tres puntos de intersección, estan alineados.

Sea O el centro de perspectiva, entonces tenemos que OAA', OBB', OCC' estan alineados.

Luego $CA \cap C'A' = R$

$AB \cap A'B' = Q$

$CB \cap C'B' = D$

y RQP tambie stan alineados

Ahora, escogiendo otro punto cualquiera como el centro de perspectiva, hay que notar que igualmente se forma una recta uniendo los puntos de intersección de los segmentos correspondientes de cada triangulo. y que ademas esta recta es justamente la recta por la que no pasa el punto elegido.

Sea P el centro de perspectiva. entonces P se encuentra en los siguientes segmentos

$P \in PBC, PB'C', QPR$

entonces podemos formar dos triangul..

$\triangle_1 \; BB'Q$

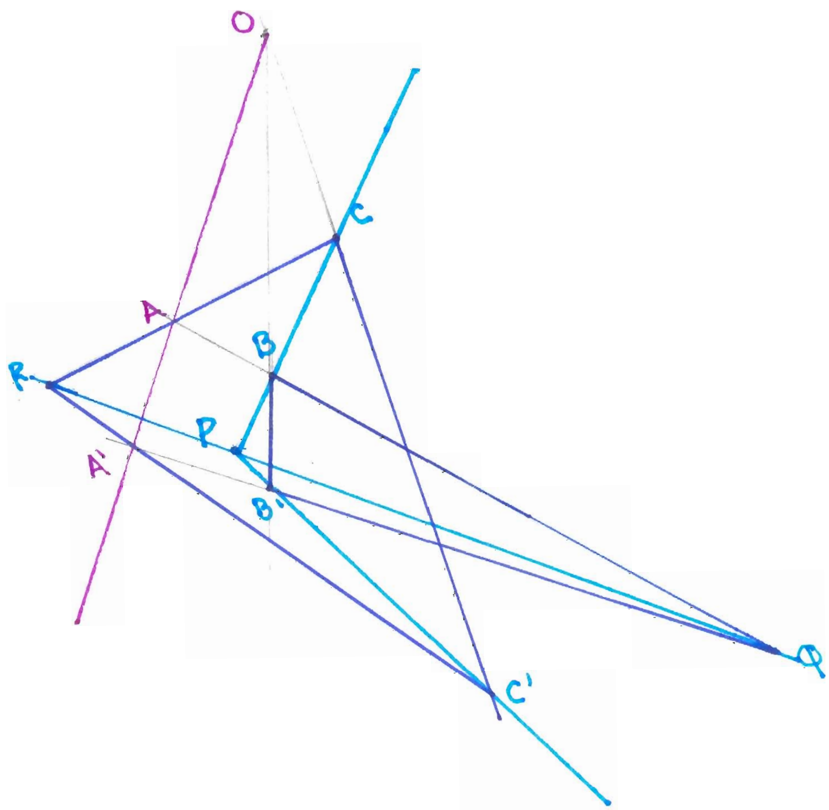
$\triangle_2 \; CC'R$

luego.

$BB' \cap CC' = O$

$B'Q \cap C'R = A'$

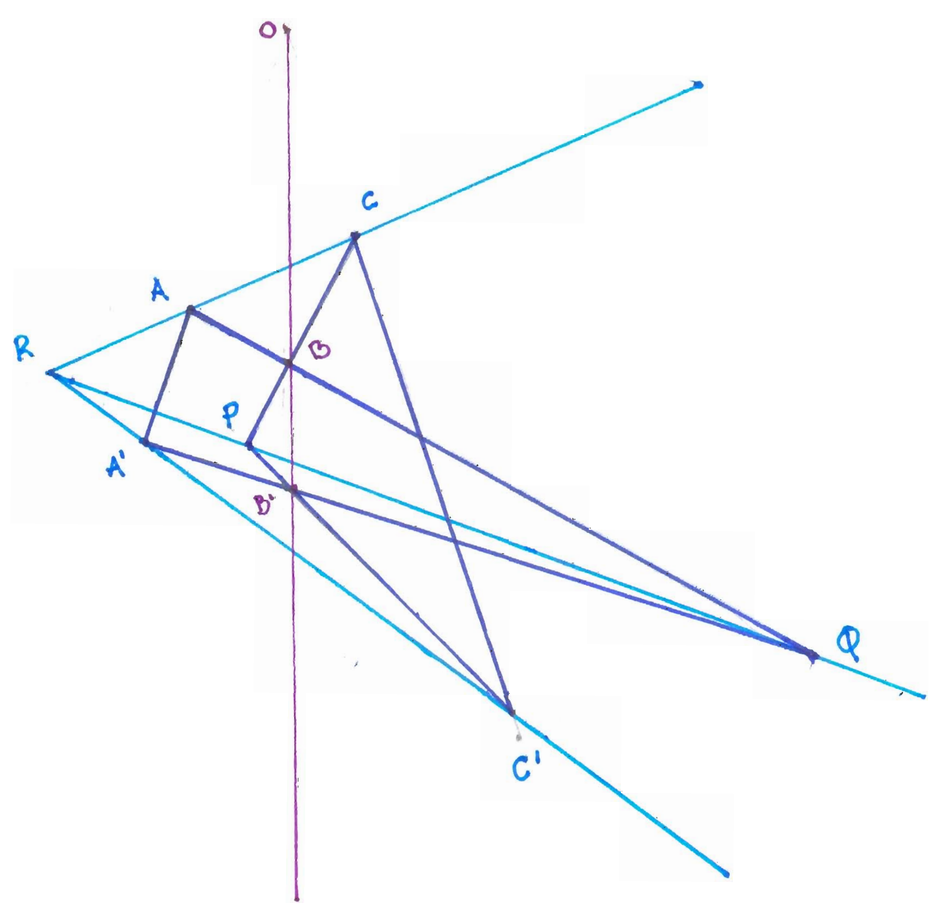
$QB \cap RC = A$ y $O\,A'\,A$ estan alineados por lo tanto es la recta que buscabamos.



Siguiendo el mismo procedimiento tenemos que:
Sea R el centro de perspectiva
entonces
R ∈ CAR
C'A'
PQR

y tenemos
$\triangle_1$ CC'P
$\triangle_2$ AA'Q

$CC' \cap AA' = O$
$C'P \cap A'Q = B'$
$PC \cap QA = B$ y $OB'B$ estan alineados



Ahora

Sea Q el centro de perspectiva

entonces.

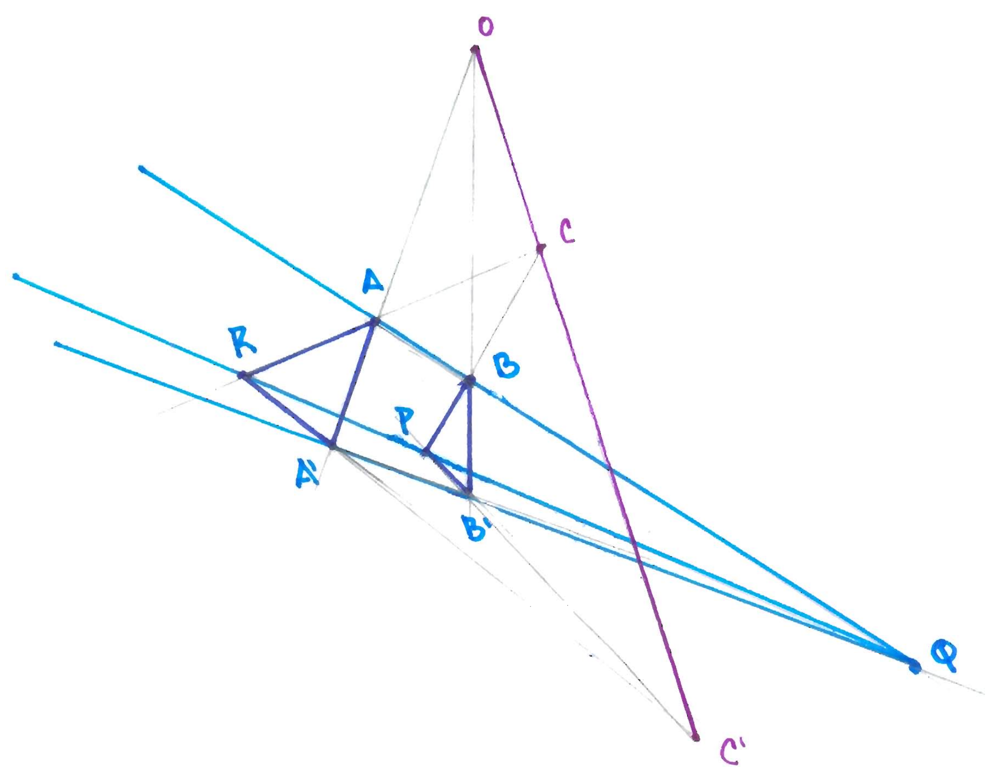
$Q \in RPQ$
ABQ
$A'B'Q$

tenemos

$\triangle_1$ RAA'
$\triangle_2$ PBB'

$RA \cap PB = C$
$AA' \cap BB' = O$
$A'R \cap B'P = C'$

y COC' estan alineados.



Sea A el centro de perspectiva

$$A \in \begin{array}{ccc} R & C & A \\ Q & B & A \\ A' & O & A \end{array}$$

tenemos

$\Delta_1 \quad R\,Q\,A'$

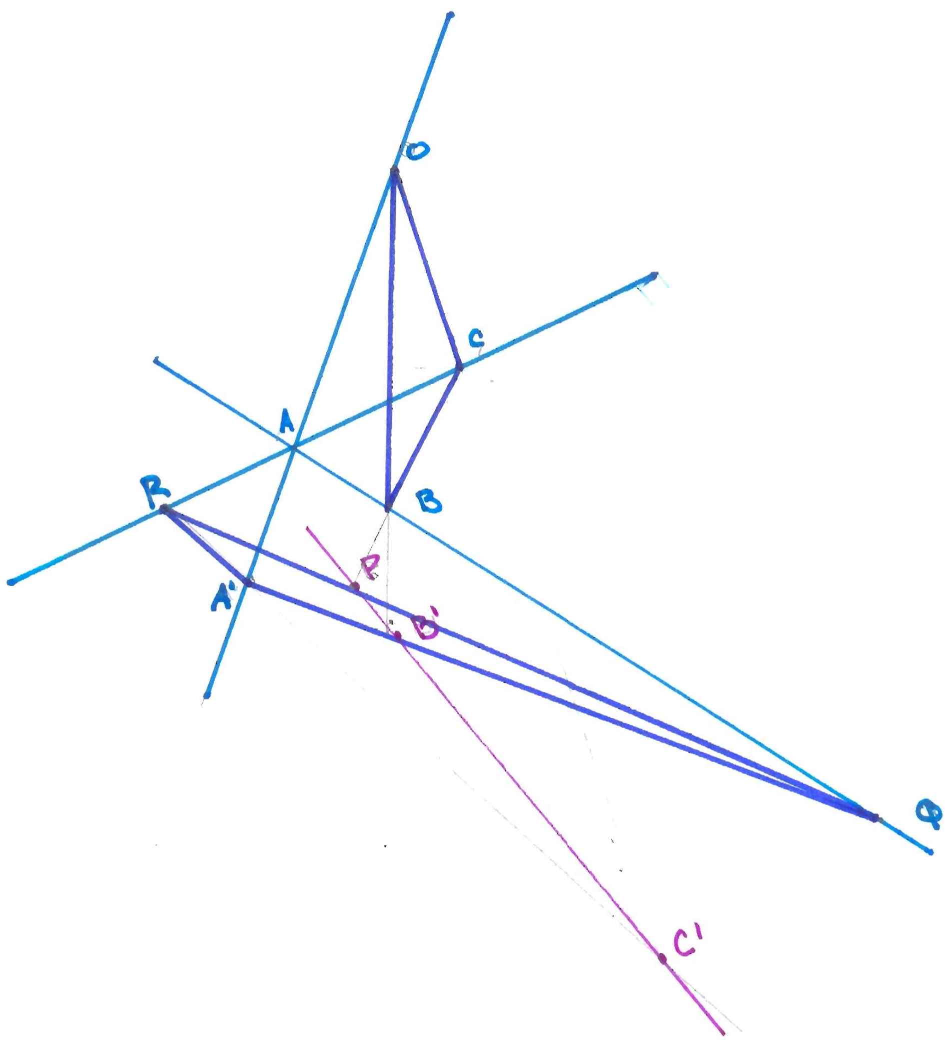
$\Delta_2 \quad C\,B\,O$

$RQ \cap CB = P$

$QA' \cap BO = B'$

$A'R \cap OC = C'$

y $PB'C'$ estan alineados



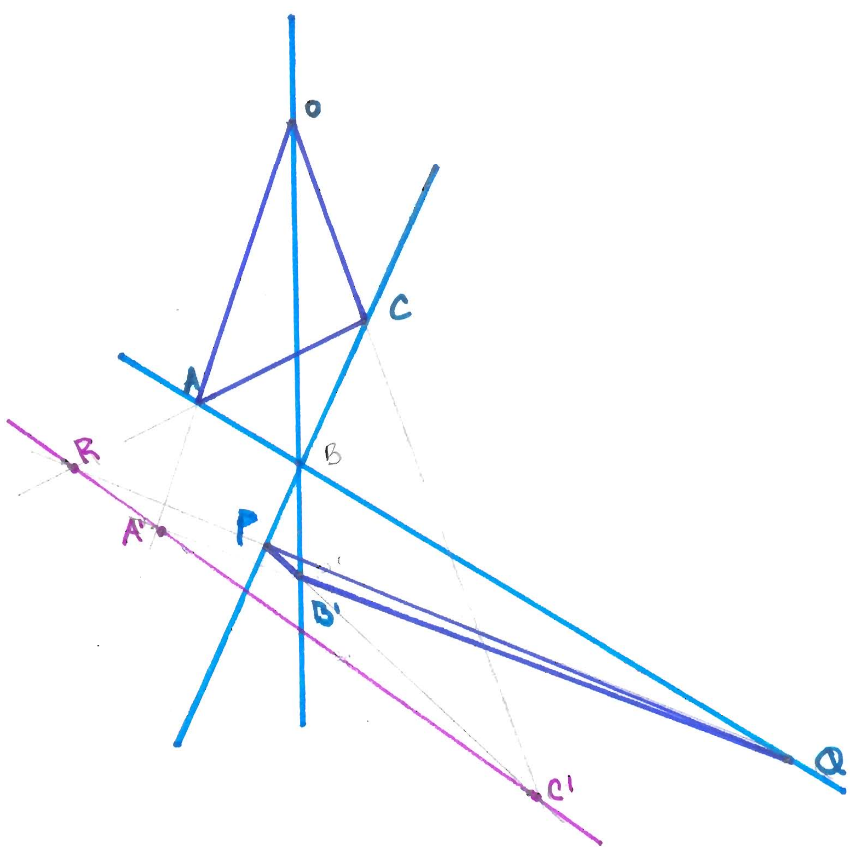
Sea B el centro de perspectiva

entonces

$B \in$ CBP
ABQ
OBB'

Δ_1 CAO
Δ_2 PQB'

$CA \cap PQ = R$
$AO \cap QB' = A'$
$OC \cap B'P = C'$ y $RA'C'$ estan alineados



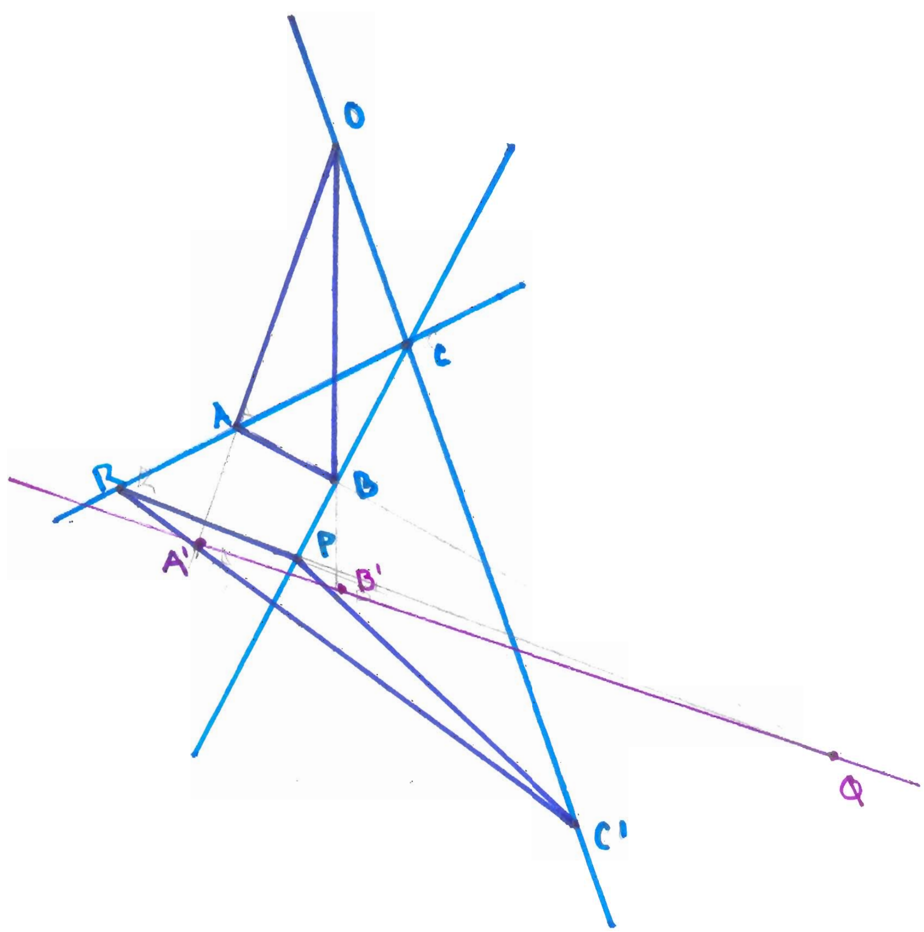
Sea C el centro de perspectiva

entonces

$C \in$ OCC'
RAC
PBC

Δ_1 $C'RP$
Δ_2 OAB

$C'R \cap OA = A'$
$RP \cap AB = Q$
$PC' \cap BO = B'$ ⇒ $A'QB'$ estan alineados



Sea A' el centro de perspectiva

entonces

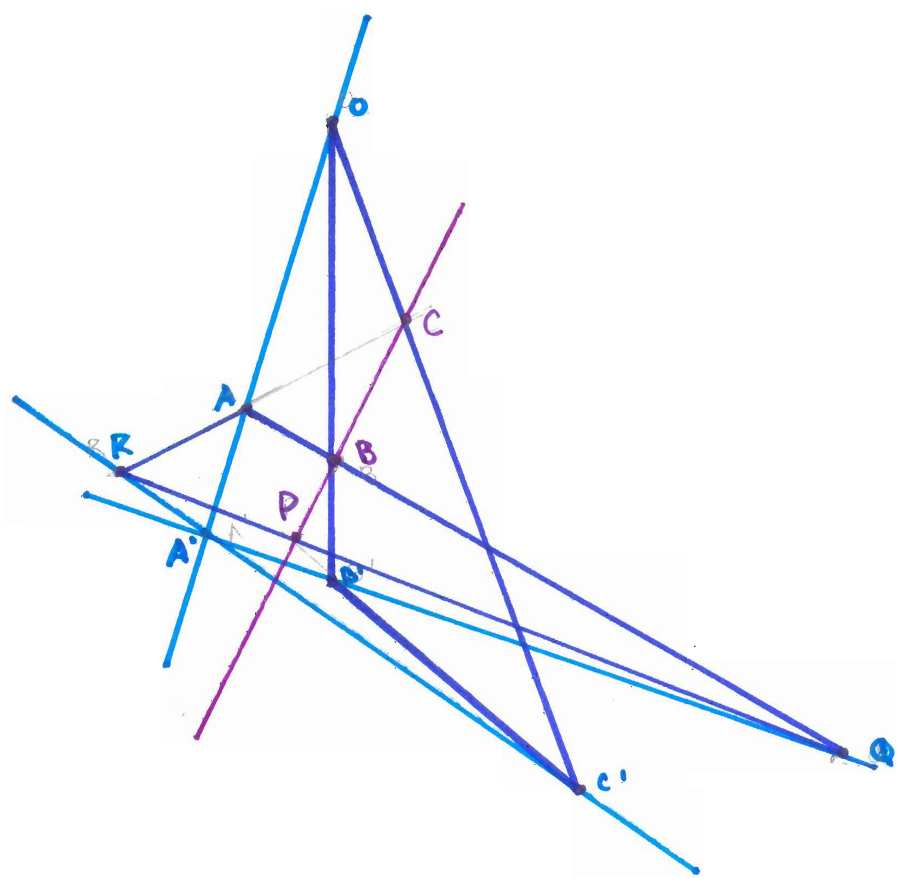
$A' \in$ $RA'C'$
OAA'
$A'B'Q$

tenemos

$\triangle_1$ RAQ
$\triangle_2$ $C'OB'$

$RA \cap C'O = C$
$AQ \cap OB' = B$
$QR \cap B'C' = P$

y CBP estan alineados



Sea B' el centro de perspectiva

entonces

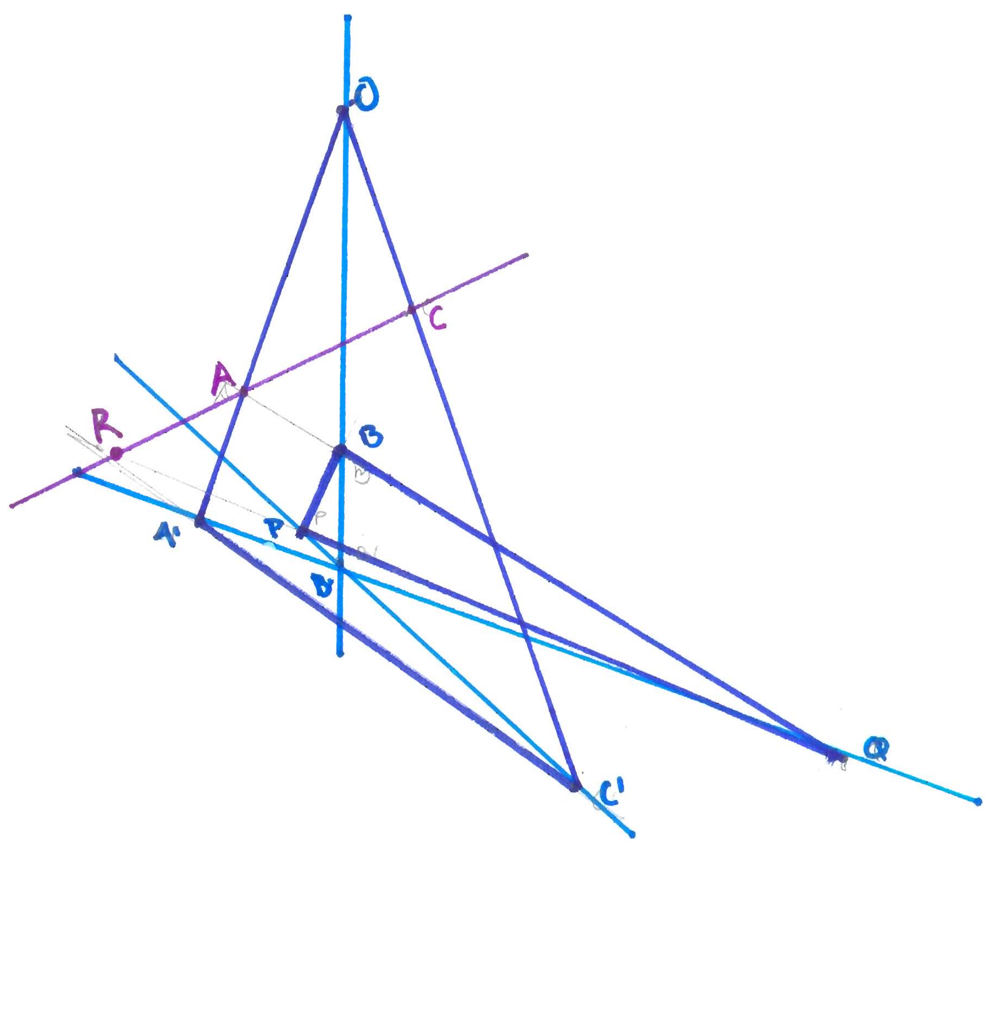
B' $\in$ OBB'
A'B'Q
P B'C

tenemos

Δ_1 OA'C
Δ_2 BQP

OA' $\cap$ BQ = A
A'C' $\cap$ QP = R
C'O $\cap$ PB = C

y ARC estan alineados.



Sea C' el centro de perspectiva
entonces

$$C' \in \begin{array}{l} RA'C' \\ PB'C \\ OCC \end{array}$$

tenemos

$\Delta \quad RPC$
$\Delta_2 \quad A'B'O$

$RP \cap A'B' = Q$
$PC \cap B'O = B$
$CR \cap OA' = A$ y QBA estan alineados.