TAREA 13

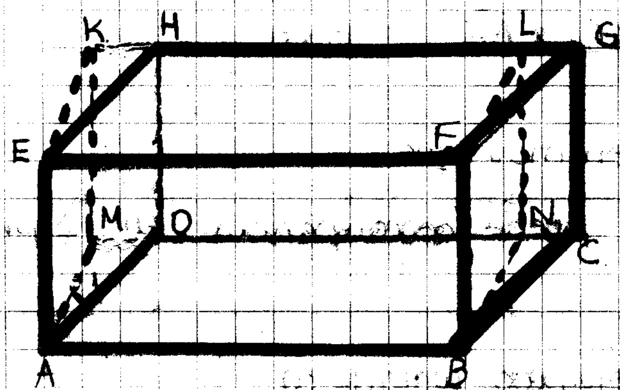
Cindy Olivares del Monte
Geometría Analítica
Prof. Pablo Barrera

Demuestra que el volumen de un paralelepípedo es igual a Bxh

Por el teorema 104 (Baldor) tenemos que: para un paralelepípedo recto:

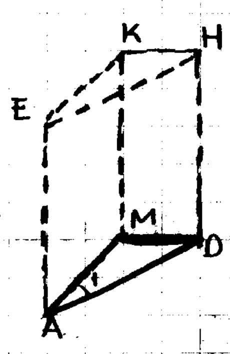
- El volumen de un paralelepípedo recto es igual al producto del área de la base por la medida de la altura

Hipótesis ABCDG es un paralelepípedo recto de altura AE y cuya base es el paralelogramo ABCD de área B



Paso 1 Se trazan los planos perpendiculares a la cara ABFE y son AMKE y BNLF. Se forma un ortoedro ABNMKEFL cuya base es ABNM con altura AE.

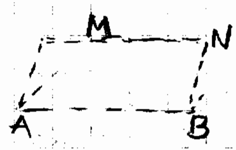
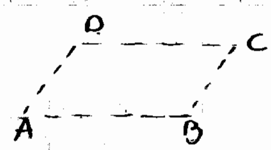
Sabemos que:
$\angle 1 = \angle 2$
$\overline{AM} = \overline{BN}$ } Lados opuestos del paralelogramo
$\overline{AD} = \overline{BC}$
$\triangle AMD = \triangle BNC$ Por tener iguales 2 lados y el $\angle$ comprendido



∴ Los prismas triangulares AMDHKE y BNCGLF son iguales (Con base y alturas iguales)

Luego, el paralelepípedo ABCDG y el ortoedro ABNML son equivalentes pues tienen algo en común: el prisma ABNDL y dos prismas triangulares iguales

∴ Volumen ABCDG = Volumen ABNML
Área de ABNM × $\vec{AE}$ = Área de ABNM × $\vec{AE}$

Pero como el  = 

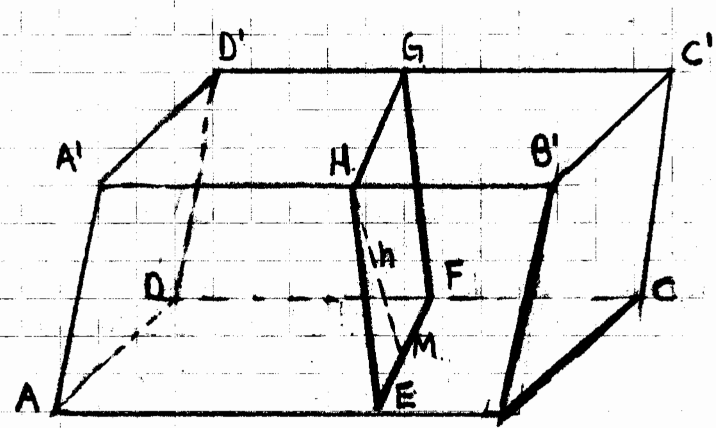
Entonces $V = ABCD \times \vec{AE} = B \times h$

Como consecuencia tenemos que

Todo paralelepípedo puede descomponerse en 2 prismas triangulares iguales

Caso: Para un paralelepípedo cualquiera

"El volumen de un paralelepípedo cualquiera es igual al producto del área de la base por la longitud de la altura".



Al llamar B al área de la base ABCD entonces:

$V = B \times h$

A BCD A'B'C'D' es un paralelepípedo cualquiera. EFGH es su sección recta ∧ HM = h.

$$V = \text{área sección } EFGH \times \overline{AB}$$

El área de la sección: $EFGH = \overline{EF} \cdot h$

$$V = \overline{EF} \cdot \overline{AB} \cdot h$$

$\overline{EF} \cdot \overline{AB}$ = Área del paralelogramo ABCD