Rogelio Montero Campos

Sea el vector $V=(1,2,3)$, encontrar 2 vectores W_1 y W_2 tales que

$V\cdot W_1=0 \quad V\cdot W_2=0 \quad y \quad W_1\cdot W_2=0$

Tomamos V y definimos $W_1=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$

$V\cdot W=0 \Rightarrow \alpha_1+2\alpha_2+3\alpha_3=0$ Tomamos 2 valores,

$\alpha_1=3 \quad \alpha_2=6$ y sustituimos $3+2(6)+3\alpha_3=0$ despejamos α_3

$\alpha_3=\frac{-15}{3}; \alpha_3=-5$ $\therefore$ Obtenemos el vector $W_1=(3,6,-5)$

Tenemos V y W_1, tomamos $V\cdot W_2=0$

Obtenemos 2 vectores ortogonales a V

$\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix}$ pero sabemos que un vector es la combinacion de 2 vectores no-coplanares $W_2=\beta_1\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}+\beta_2\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix}$

y aplicamos que $W_1\cdot W_2=0$

$$\begin{pmatrix}3\\6\\-5\end{pmatrix}\left[\beta_1\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}+\beta_2\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix}\right]=0 \quad \beta_1\begin{pmatrix}6\\-6\\0\end{pmatrix}+\beta_2\begin{pmatrix}-9\\0\\-5\end{pmatrix}=0$$

$$\beta_1(0)+\beta_2(-14)=0 \quad \beta_1=14 \quad \beta_2=0$$

$$W_2=14\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}+(0)\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}28\\-14\\0\end{pmatrix} \quad W_2=(28,-14,0)$$

Verificamos

$V\cdot W_1=0$

$3+2(6)+3(-5)=0$
$3+12+15=0$
$15-15=0$
$0=0$ ✓

$V\cdot W_2=0$

$28+(2)(-14)+0=0$
$28-28=0$
$0=0$ ✓

$W_1\cdot W_2=0$

$3(28)+6(-14)+(0)(-5)=0$
$84-84+0=0$
$0=0$ ✓

$W_1=(3,6,-5) \quad W_2=(28,-14,0)=(2,-1,0)$