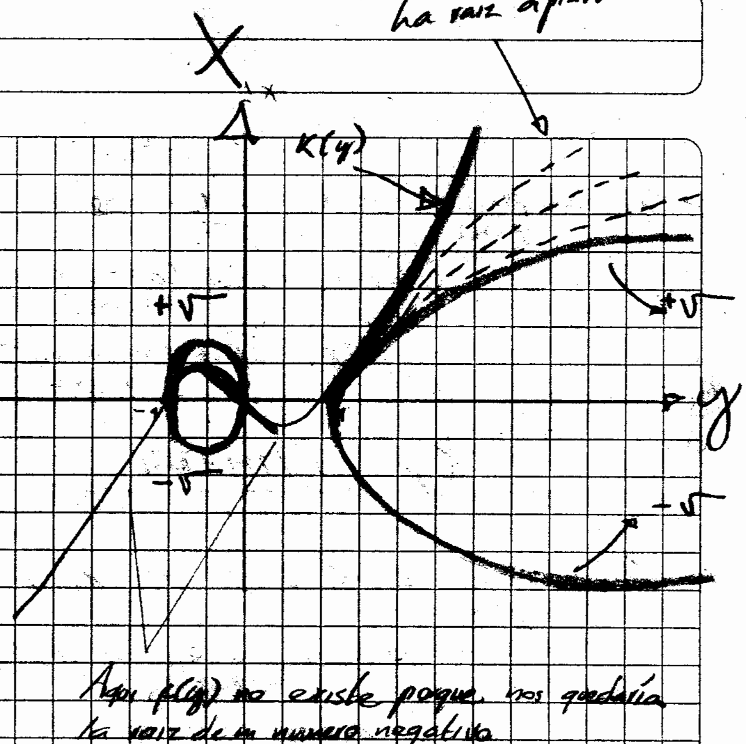
La raiz aplasta a $K(y)$



(1.) $y^3 - y - x^2 = 0$

Despejamos X

$x = \pm\sqrt{y^3 - y}$

$x = \pm\sqrt{y(y^2-1)}$

$x = \pm\sqrt{y(y+1)(y-1)}$

$f(y) = \pm\sqrt{K(y)}$

- $\lim_{y\to\infty} K(y) = \infty$
- $\lim_{y\to-\infty} K(y) = -\infty$

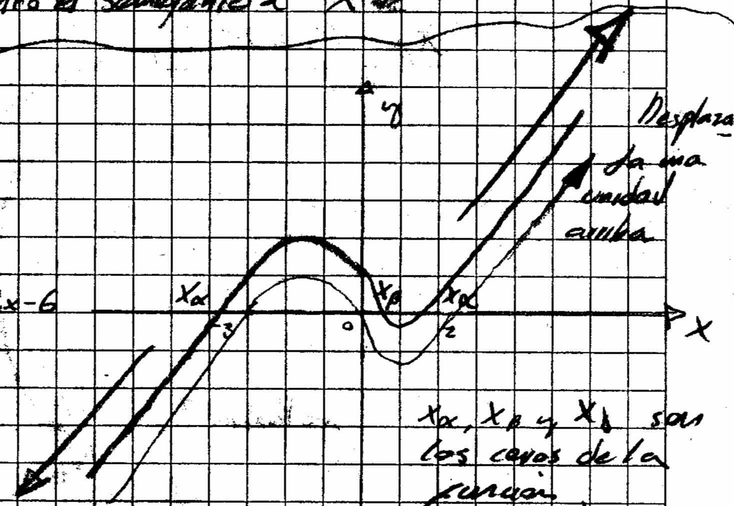
Cuando $y \to 0$ en $K(y)$ entonces el comportamiento es semejante a $-X$

(2) $y = (x+3)x(x-2)+1$

$y = x^2+3x(x-2)+1$

$y = x^3+3x^2-2x^2-6x+1$

$y = x^3+x^2-6x+1$ $\quad y' = 3x^2+2x-6$



- $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$
- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

Para obtener raices consideramos a $X_{0_1} = -3$, $X_{0_2} = 0$, $X_{0_3} = 2$

$X_1 = X_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \Rightarrow X_1 = -3 - \frac{1}{15} \Rightarrow X_1 = -3.0666$

$\Rightarrow X_2 = -3.0666 - \left(\frac{-0.0358}{14.08}\right) \Rightarrow X_2 = -3.0643$

$\Rightarrow X_3 = -3.0643 - \left(\frac{9.7704\cdot10^{-4}}{16.0424}\right) \Rightarrow X_3 = -3.064360904$

$\therefore \boxed{X_\alpha = -3.064360904}$

$\triangleright\ x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \Rightarrow X_1 = 0 - \frac{1}{-6} \Rightarrow X_1 = 0.1666$

$\Rightarrow X_2 = 0.1666 - \left(\frac{0.0324}{-5.5883}\right) \Rightarrow X_2 = 0.1724$

$\Rightarrow X_3 = 0.1724 - \left(\frac{4.2898 \times 10^{-4}}{-5.5660}\right) \Rightarrow X_3 = 0.17247707$

$\therefore\ \underline{X_\beta = 0.17247707}$

$\triangleright\ X_1 = X_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \Rightarrow X_1 = 2 - \frac{1}{10} \Rightarrow X_1 = 1.9$

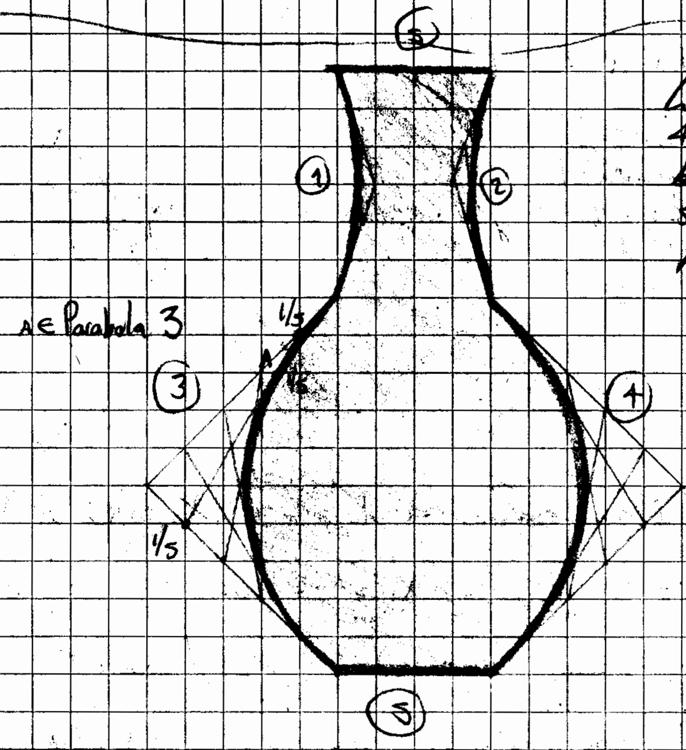
$\Rightarrow X_2 = 1.9 - \left(\frac{0.69}{8.63}\right) \Rightarrow X_2 = 1.82$

$\Rightarrow X_3 = 1.82 - \left(\frac{-0.5786}{7.5797}\right) \Rightarrow X_3 = 1.896355622$

$\Rightarrow X_4 = 1.896355622 - \left(\frac{0.037637959}{5.581205185}\right) \Rightarrow X_4 = 1.89196955$

$\therefore\ \underline{X_\gamma = 1.89196955}$

(3.)



La botella la construimos a partir de 4 parabolas (1, 2, 3, 4) y tanto la base (S) y la tapa (3) son simples segmentos que unen a las parabolas

4) función c/ polos en -1 y 2

Asíntota se parezca a $f(x)=x$

$f(x) = \dfrac{}{(x+1)(x-2)}$ ← polos $\dfrac{k(x)}{h(x)}$ Obtener $k(x)$

$\lim_{x \to \infty} = x + \dfrac{t}{s}$

Le sumamos un 1 para que $k(x)$ tenga diferentes raíces que $h(x)$

$$\begin{array}{r|l} x^2-x-2 & x^3-x^2-2x+1 \\ \hline & x \\ -x^3+x^2+2x & \\ \hline 1 & \end{array}$$

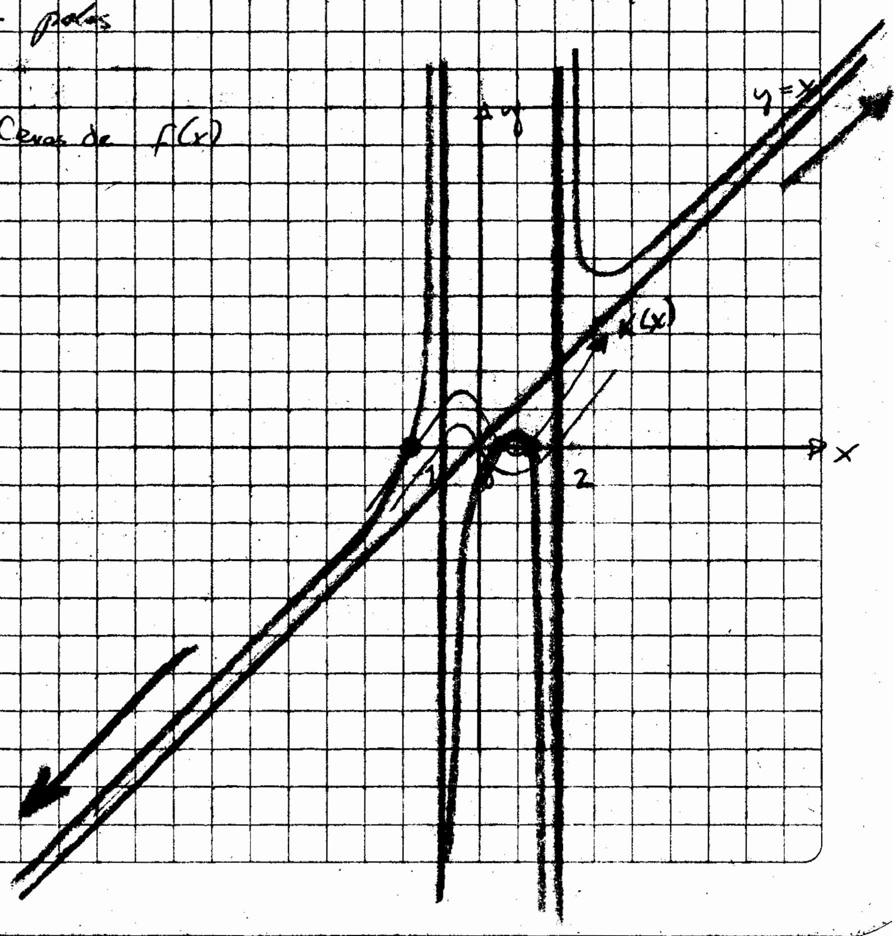
$\Rightarrow \quad t = 1$
$s = x^2-x-2$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = x \quad = \lim_{x \to \infty} x + \dfrac{1}{x^2-x-2}$ ∴ $k(x) = x^3-x^2-2x+1$

$\Rightarrow f(x) = \dfrac{x^3-x^2-2x+1}{(x+1)(x-2)}$ ← Sus raíces nos determinan los ceros de $f(x)$ ← polos

Raíces de $k(x)$ $\left.\begin{array}{l} x \simeq -1^- \\ x_1 \simeq 0^+ \\ x_2 \simeq 2^- \end{array}\right\}$ Ceros de $f(x)$

- $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$



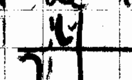
(4) Que asintoticamente se parezca a $f(x) = x$ y que tenga polos en $-1, 2$

Si tiene polos en -1 y 2 es probablemente una funcion racional de la forma $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ donde $h(x) = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$. Si asintoticamente se parece a $f(x) = x$, significa que cuando $x \to \infty$ $f(x) \to x$ para que esto pase $g(x)$ tiene que ser un grado mayor que $h(x)$. En este caso de grado 3. Por lo tanto, $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)(x-2)}$

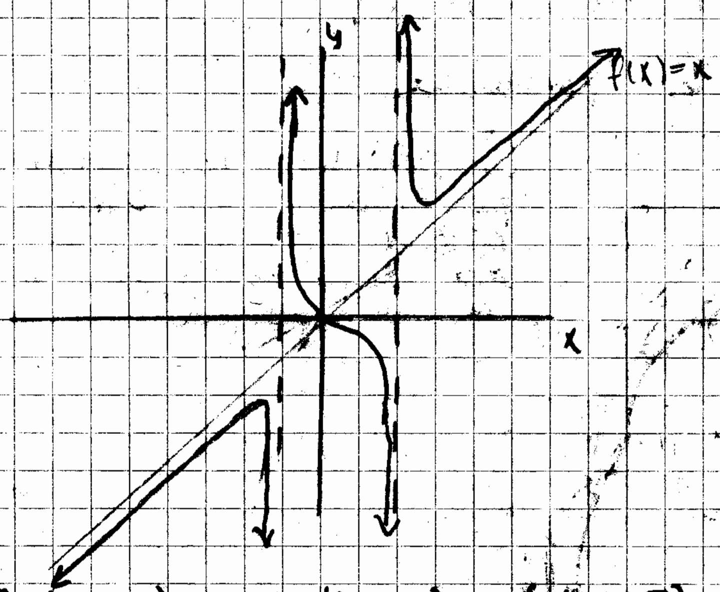
* Analisis para graficación.

$f(x) = \frac{x^3}{(x+1)(x-2)}$

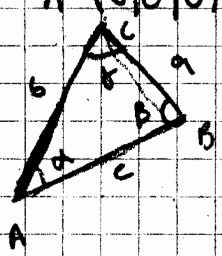
Como polos son pares, tiene una forma asi alrededor de los polos



Ademas $f(0) = 0$, y hay un cambio de signo en el intervalo $-1 \leq x < 2$



(6) A $(0,0,0)$ B $(4,2,0)$ C $(0,5,5)$



$b = d(A,C) = \sqrt{0^2+5^2+5^2} = \sqrt{50}$

$a = d(C,B) = \sqrt{4^2+3^2+5^2} = \sqrt{50}$

$c = d(A,B) = \sqrt{4^2+2^2+0^2} = \sqrt{20}$

Por la ley de cosenos

$\cos \gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{80}{2 \cdot 50} = \frac{4}{5}$ $\quad \gamma = 36.86°$

Como el triangulo es equilatero $\alpha = \beta$

$2\alpha + 36.86 = 180$

$\boxed{\beta = \alpha = 71.57°}$

En cuentre el area.

a) $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2\sqrt{50}+\sqrt{20}}{2} = 9.307$

por Formula de Heron $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$A = \sqrt{9.307 \cdot 2(2.23) \cdot 4.83} = 14.16$ unidades.

b) En cuentre el baricentro

Las coordenadas baricentricas del centro de gravedad es $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

por lo tanto

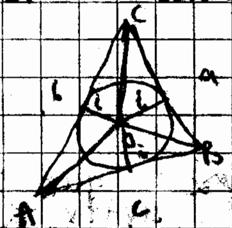
$(x,y,z) = \frac{1}{3}\vec{A} + \frac{1}{3}\vec{B} + \frac{1}{3}\vec{C}$

$(x,y,z) = \frac{1}{3}(0,0,0) + \frac{1}{3}(4,2,0) + \frac{1}{3}(0,5,5)$

$x = 4/3 \quad y = 7/3 \quad z = \frac{5}{3}$

$(4, 7, 5)$

c) Encuentre el inradio



0 es el inradio

$A(ACB) = A(AOC) + A(COB) + A(BOA)$

$A(ACB) = 14.16$

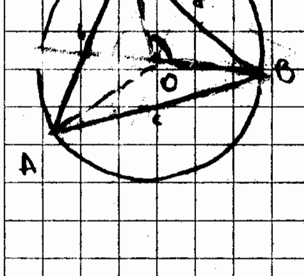
$A(AOC) = \frac{i \cdot b}{2} \quad A(AOB) = \frac{c \cdot i}{2} \quad A(BOC) = \frac{a \cdot i}{2}$

ya que i (por ser radio) es perpendicular a cada uno de los lados (por ser tangentes) y por lo tanto es la altura de cada triangulo.

$A_{total} = \frac{i}{2}(a+b+c)$

$\frac{2(14.16)}{(2\sqrt{50}+\sqrt{20})} = i \qquad i = 1.52$ unidades.

Encuentre el exradio



$\angle CAB = 71.57° \Rightarrow \angle COB = 2(71.57)$ ya que abren el mismo arco $\angle COB = 143.14$

Del triangulo COB sabemos que

* es equilatero (por los exradios) OC=OB
* $CB = a = \sqrt{50}$ * $\angle COB = 147.14$

Como $COB + 2OCB = 180 \quad \boxed{OCB = 16.43 = CBO}$

Usando ley de senos

$\frac{OB}{\sin 16.43} = \frac{CB}{\sin 147.14} \qquad OB = \frac{\sqrt{50} \cdot \sin 16.43}{\sin 147.14}$

$OB = 3.68$ unidades.

el exradio es de $\boxed{3.68 \text{ unidades}}$

(7) Describa el lugar geométrico

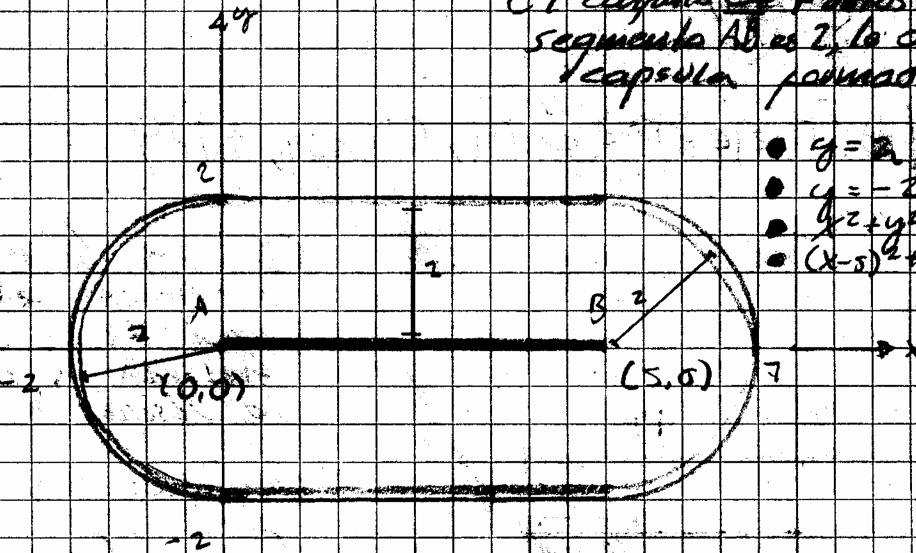
$S = \{P \mid d(P, \overline{(0,0)(5,0)}) = 2\}$

El conjunto de puntos cuya distancia al segmento $\overline{AB}$ es 2, lo describe una capsula formada por:

- $y = 2 \quad x \in [0,5]$
- $y = -2 \quad x \in [0,5]$
- $x^2 + y^2 = 4 \quad x \in [-2,0]$
- $(x-5)^2 + y^2 = 4 \quad x \in [5,7]$

$x^2 + y^2 = r^2$
$x^2 + y^2 = 2^2$
$x^2 + y^2 = 4$

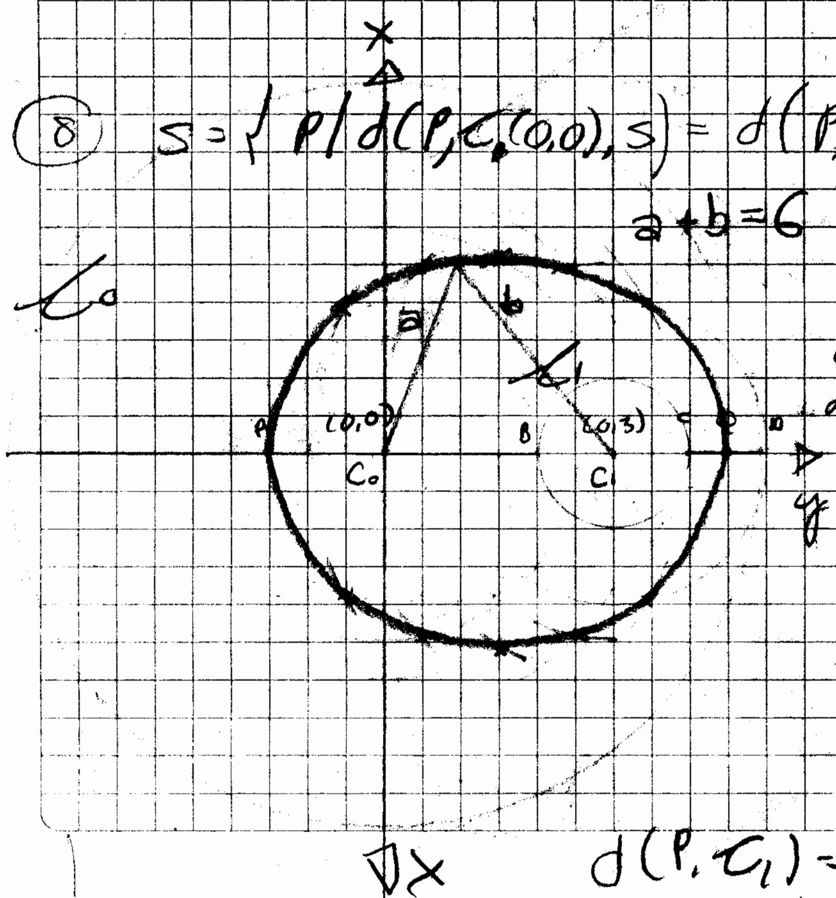
$(x-5)^2 + y^2 = r^2$
$(x-5)^2 + y^2 = 2^2$
$(x-5)^2 + y^2 = 4$



(8) $S = \{P \mid d(P, \mathcal{C}_0((0,0),5)) = d(P, \mathcal{C}_1((0,3),1))\}$

$a + b = 6$

P punto medio de $\overline{AB}$
Q punto medio de $\overline{CD}$



El conjunto de puntos tales que $d(P,\mathcal{C}_1) = d(P,\mathcal{C}_0)$ lo describe una elipse cuyos focos son C_0 y C_1

- $d(P, \mathcal{C}_1) = d(P, C_1) - r$
  $= d(P, (0,3)) - 1$
  $= \sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} - 1$

  $\parallel$

- $d(P, \mathcal{C}_0) = r - d(P, C_0)$
  $= 5 - d(P, (0,0))$
  $= 5 - \sqrt{x^2 + y^2}$

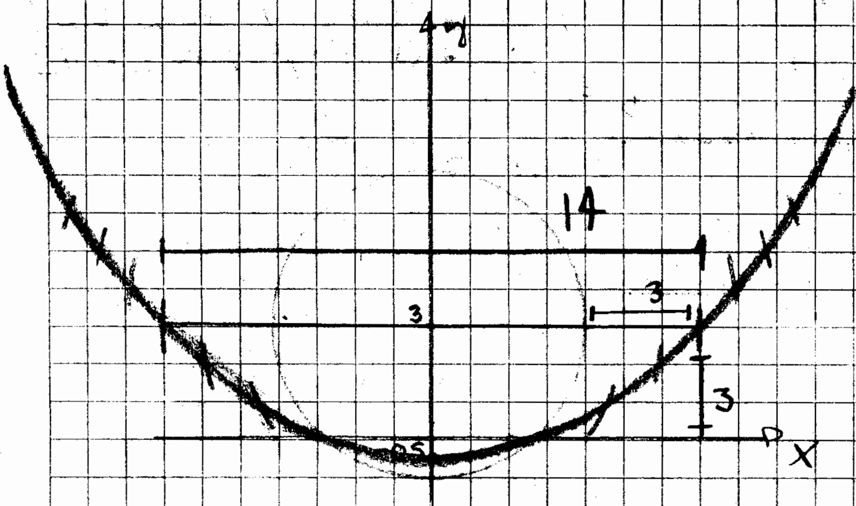
$d(P, \mathcal{C}_1) = d(P, \mathcal{C}_0)$

$$\sqrt{x^2+(y-3)^2} - 1 = 5 - \sqrt{x^2+y^2}$$

$$\sqrt{x^2+y^2-6y+9} + \sqrt{x^2+y^2} = 6$$

$$d(P, C_1) + d(P, C_0) = 6$$

(9) $S = \{ P \mid d(P, \text{eje}X) = d(P, C(0,3), 4) \}$



El conjunto de puntos cuya distancia al eje X es igual a la distancia de esos mismos a la Circunferencia lo describe una parabola

Vertice en $(0, -\frac{1}{2})$

Foco en $(0,3)$

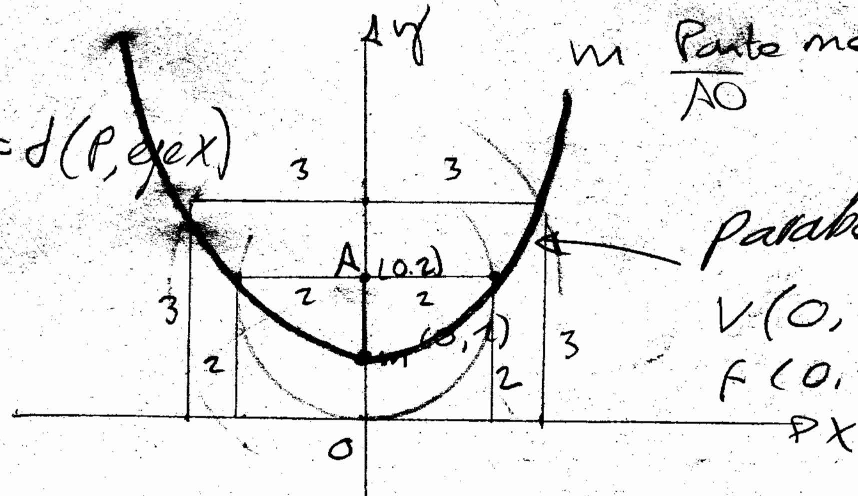
$$(x-0)^2 = 14(y+1/2)$$

$$x^2 = 14y+7$$

(10)

$$S = \{ P / d(P, \overset{\overset{A}{\shortparallel}}{(0,2)}) + d(P, \text{eje } x) = 4 \}$$

$d(P, A) = d(P, \text{eje } x)$



m Punto medio de $\overline{AO}$

parabola

$V(0,1)$

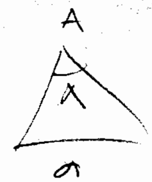
$F(0,2)$

$$x^2 = 4(y-1)$$

$$x^2 = 4y - 4$$

c) radio R circuncentro y r, radio incentro

se tiene que $2R = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{a}$



con $\alpha = \widehat{AC\,AB}$

$AC \cdot AB = 10$, $\quad 10 = \sqrt{20}\sqrt{50}\cos\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{10}{\sqrt{20}\sqrt{50}}$$

$$\alpha = 71.5650$$

$a = |CB| = \sqrt{30}$; $\quad 2R = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{30}}$; $\quad R = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{2\sqrt{30}}$

$$R = 0.08660$$

Radio incentro:

$$\text{Area}\,\Delta = \frac{r(a+b+c)}{2}$$

con $a = |CB| = \sqrt{30}$; $b = |AC| = \sqrt{50}$; $c = |AB| = \sqrt{20}$; $\text{Area}\,\Delta = 15$

$$15 = \frac{r(\sqrt{30} + \sqrt{50} + \sqrt{20})}{2}$$

$$r = \frac{30}{\sqrt{30} + \sqrt{50} + \sqrt{20}}$$

~~d) coordenadas ortocentro~~

7) Describa el lugar geométrico

$S = \{ p \mid d(p, \overline{(0,0)(5,0)}) = 2 \}$

- si $p \cdot (0,0) \geq 0$ y $p \cdot (5,0) \geq 0$

S está dado por dos rectas paralelas al segmento:

$\overline{(0,0),(5,0)} \in$ eje x $\Rightarrow$ S esta dado por $y = 2$ con $x \in [0,5]$ y las rectas $y = -2$ con $x \in [0,5]$

- Si $p \cdot (0,0) \leq 0$ y $p \cdot (5,0) > 0$

S está dado por el punto $\vec{p}$ tal que $|p| = 2$

- si $p \cdot (5,0) < 0$ y $p \cdot (0,0) > 0$

S está dado por los puntos p tales que $|p - (5,0)| = 2$

6. Considere el triángulo formado por los puntos $A(0,0,0)$, $B(4,2,0)$ y $C(0,5,5)$. Encuentre

   a) El Área del triángulo.
   b) Las coordenadas del centro de gravedad.
   c) El radio R del circuncentro, y el radio r del incentro.
   d) Las coordenadas del ortocentro.

7. Describa el lugar geométrico

$$\mathcal{S} = \left\{ p \mid d(p, \overline{(0,0)(5,0)}) = 2 \right\}$$

8. Describa el lugar geométrico

$$\mathcal{S} = \{ p \mid d(p, \mathcal{C}((0,0),5)) = d(p, \mathcal{C}((0,3),1)) \}$$

9. Describa el lugar geométrico

$$\mathcal{S} = \{ p \mid d(p, \text{ eje } x) = d(p, \mathcal{C}((0,3),4)) \}$$

10. Describa el lugar geométrico

$$\mathcal{S} = \{ p \mid d(p, (0,2)) + d(p, \text{ eje } x) = 4 \}$$

9. Describa el lugar geométrico.

• Si $P \in \mathcal{C}$ $\quad d(P, \mathcal{C}) = r - d(P, P_0)$

$= 4 - \sqrt{x^2 + (y-3)^2}$

la distancia de P al eje x está dada por

$d(P, \text{eje } x) = |(x_P, y_P) - (x_P - 0)| = |(0, y_P)|$; $d = y$

$\Rightarrow$ igualando: $y = 4 - \sqrt{x^2 + (y-3)^2}$

$(y-4)^2 = x^2 + (y-3)^2$

$y^2 - 8y + 16 = x^2 + y^2 - 6y + 9$

$-2y + 7 = x^2$ $\rightsquigarrow$ parabola: $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{7}{2}$ con vértice en $(0, 7/2)$

Nota: Arguménte adecuadamente su respuesta; no serán tomadas en cuenta observaciones o señalamientos que realicen, sin su debida justificación.

• Si $P \notin \mathcal{C}$ $\quad d(P, \mathcal{C}) = d(P, P_0) - r_0$

$= \sqrt{x^2 + (y-3)^2} - 4$

• distancia P al eje x está dado por $d(P, \text{eje } x) = |(0, y_P)|$; $d = y$

igualando:

$y = \sqrt{x^2 + (y-3)^2} - 4$

$(y+4)^2 = x^2 + y^2 - 6y + 9$

$y^2 + 8y + 16 = x^2 + y^2 - 6y + 9$

$x^2 = 14y + 7$

parabola con vertice en $(0, -$

$y = \frac{1}{14}x^2 - \frac{1}{2}$